



山西大學
Shanxi University

2019 届在职人员攻读教育硕士专业学位论文

小学生科学精神的培育

——基于数学课堂的研究

作者姓名	温海燕
指导教师	刘庆昌 教授 徐艳红 中小学正高
学科专业	教育硕士
研究方向	小学教育
培养单位	教育科学学院
学习年限	2016 年 3 月至 2019 年 4 月

二〇一九年四月

山西大学

2019届在职人员攻读教育硕士专业学位论文

小学生科学精神的培育

——基于数学课堂的研究

作者姓名	温海燕
指导教师	刘庆昌 教授 徐艳红 中小学正高
学科专业	教育硕士
研究方向	小学教育
培养单位	教育科学学院
学习年限	2016年3月至2019年4月

二〇一九年四月

Thesis for Master' s degree, Shanxi University, 2019

The Effect of Mathematics in Boyle's scientific activities

Student Name	HanyanWen
Supervisor	Prof. Qing-chang Liu
	Pri/Sec School Teacher-senior. Yanhong Xu
Major	Master of Education Degree
Specialty	Primary Education
Department	School of Educational Science
Research Duration	2016.03-2019.04

April, 2019

目 录

中文摘要.....	I
ABSTRACT.....	II
第一章 绪论.....	1
1.1 问题的提出.....	1
1.2 文献综述.....	2
1.2.1 国内外科学精神的研究.....	2
1.2.2 教育视野内的科学精神.....	3
1.3 研究思路.....	6
1.3.1 我们在什么意义上研究科学精神及其培育.....	6
1.3.2 研究的思路.....	6
1.4 研究的方法.....	6
1.4.1 文献法.....	7
1.4.2 课堂观察法.....	7
1.4.3 案例研究法.....	7
第二章 小学数学中科学精神的概念及其操作化理解.....	8
2.1 小学数学中科学精神的概念.....	8
2.1.1 界定.....	8
2.1.2 科学精神与数学素养.....	9
2.2 小学数学中科学精神的操作化理解.....	10
第三章 小学生数学思维的培育.....	12
3.1 数感的培育.....	13
3.2 符号意识的培育.....	16
3.2.1 在数和运算符号的认识中渗透符号意识.....	17
3.2.2 在具体运算过程中体会符号意识.....	18
3.2.3 在方程学习中初步形成代数思维.....	20
3.2.4 在列方程解答中初步发展代数思维.....	21
3.3 空间观念的培育.....	22
3.3.1 借助分类和测量, 确立图形概念.....	22
3.3.2 通过测量和计算, 理解图形外延.....	25

3.4 在具体情境和实践操作中,理解图形运动.....	27
3.4.1 准确捕捉学生话语中的思维价值.....	27
3.4.2 实践操作中的经验积累.....	28
3.5 利用已有经验确定图形位置.....	28
第四章 小学生数学表达的培育.....	31
4.1 捕捉学生语言中的数学元素,强化数学表达习惯.....	31
4.1.1 引导学生形成数学观察视角.....	32
4.1.2 引导学生使用数学语言规范表达.....	32
4.2 提出恰当的数学问题,引发学生数学表达.....	32
4.2.1 发现问题的表达.....	32
4.2.2 提出问题的表达.....	33
4.2.3 引发学生问题表达的教学原则.....	35
4.3 通过互动交流 发展学生的数学表达能力.....	36
4.3.1 互动交流中的师生立场.....	36
4.3.2 互动交流中的言语指导.....	38
4.3.3 互动交流中的过程指导.....	39
4.3.4 互动交流中的教学原则.....	40
第五章 数学思维与数学表达在课堂教学中的统合.....	43
5.1 科学精神在数学课堂中的表现分析.....	43
5.2 数学思维与数学表达在课堂教学中的统合.....	46
结 语.....	48
参 考 文 献.....	49
致 谢.....	52
个人简况及联系方式.....	53
承 诺 书.....	54
学位论文授权使用声明.....	55

Contents

Chinese Abstract	I
Abstract	II
Chapter 1 Introduction	1
1.1 Proposal.....	1
1.2 Literature review.....	2
1.2.1 Research on the scientific spirit at home and abroad.....	2
1.2.2 Scientific spirit in the field of education.....	3
1.3 Research ideas	6
1.3.1 In what sense do we study the scientific spirit and its cultivation.....	6
1.3.2 Research ideas.....	6
1.4 Methods of Research.....	6
1.4.1 Document Method.....	7
1.4.2 classroom observation method.....	7
1.4.3 Case Study Method.....	7
Chapter II The Concept of Mathematical Science Spirit in Primary Schools and Its Operational Understanding	8
2.1 The concept of the spirit of mathematics science in primary schools.....	8
2.1.1 Definition.....	8
2.1.2 Scientific spirit and mathematical literacy.....	9
2.2 Operational understanding of the spirit of mathematics science in primary schools	10
Chapter III Cultivation of Pupils' Mathematical Thinking	12
3.1 Cultivation of the sense of number.....	13
3.2 The cultivation of symbolic awareness.....	16
3.2.1 Penetration of symbolic awareness in the understanding of numbers and arithmetic symbols.....	17
3.2.2 Understanding symbolic awareness in the specific operation process.....	18
3.2.3 Forming preliminary algebraic thinking in equation learning.....	20
3.2.4 Initial development of algebraic thinking in the solution of column equations.....	21

3.3 Cultivation of the concept of space.....	22
3.3.1 Establishing graphical concepts with classification and measurement.....	22
3.3.2 Understanding graphic extension through measurement and calculation....	25
3.4 Understanding graphic motion in specific situations and practices.....	27
3.4.1 Accurately capture the value of thinking in student discourse.....	27
3.4.2 Experience accumulation in practice operations.....	28
3.5 Use existing experience to determine the graphical position.....	28
Chapter IV Cultivation of Pupils' Mathematical Expressions.....	31
4.1 Capturing mathematical elements in the student's language and enhancing mathematical expression habits.....	31
4.1.1 Guide students to form a mathematical observation perspective.....	32
4.1.2 Guide students to use mathematical language to express expression.....	32
4.2 Propose appropriate mathematical questions to trigger students' mathematical expression.....	32
4.2.1 Expression of the problem found.....	32
4.2.2 Expression of the question.....	33
4.2.3 Teaching principles that lead to the presentation of student problems.....	35
4.3 Develop interactive mathematics skills through interactive communication.....	36
4.3.1 Teacher and student position in interactive communication.....	36
4.3.2 Speech guidance in interactive communication.....	38
4.3.3 Process guidance in interactive communication.....	39
4.3.4 Teaching principles in interactive communication.....	40
Chapter 5 Integration of Mathematical Thinking and Mathematical Expression in Classroom Teaching.....	43
5.1 Analysis of the performance of the scientific spirit in the mathematics classroom	43
5.2 Integration of Mathematical Thinking and Mathematical Expression in Classroom Teaching.....	46
Conclusion.....	48
References.....	49
Acknowledgement.....	52

Personal profile	53
Commitment book	54
Dissertation Authorized Use Statement	55

中文摘要

科学精神是现代社会的文化灵魂。当时代迈进二十一世纪，对于人的素养提出了更高的要求。为了适应时代的发展，教育的内涵发生了根本的变化，培养什么样的人成为教育必须回答的核心问题。在此背景下，《中国学生发展核心素养》回答了这个问题。那么，在学科教学中，核心素养下的科学精神如何落地，是一线教师迫在眉睫的问题。科学精神的培育正是在这样的大背景下提出的。因此本文所研究的科学精神培育是指在学校这样专门设立的教育场所，结合数学这门学科本身的特点和小学生的学习行为进行的系统化课堂学习行为。课堂活动要基于三个有利原则：第一，是有利于激发学生的学习兴趣；其次，有利于学生对生活的认识；第三，有利于全体学生的参与。科学精神的培育正是为了学生的全面发展，在课堂教学中，通过知识的学习，获得理性的思维品质，因此科学精神的培育与学校教育教学紧密联系。论文通过五个部分对“小学生科学精神的培育-基于数学课堂的研究”进行了研究。第一部分为绪论，探讨了问题提出的背景，针对学科课程标准和教学研究中与科学精神培育有关的理论进行了论述，并对国内外科学精神的培育理论进行了梳理。确定了总体研究思路及方法。第二部分是小学数学科学精神的概念及其操作化的理解，这一部分界定了核心概念，并结合对小学数学科学精神操作化理解的分析给出科学精神培育的内涵。第三部分结合具体案例，从数感的培育，符号意识的培育，以及空间观念的培育等三方面论述了对小学数学思维的培育。第四部分是小学生数学表达的培育。这一部分主要阐述了在学习过程中表达的重要性，学习是互动的结果，互动交流的过程需要表达。但是课堂表达与日常语言不同，需要经过长期培育和训练。在这个过程中要引导学生形成数学观察视角，逐渐学会使用数学语言规范表达。而促进学生表达需要教师提出恰当的数学问题，并给出了具体案例。最后一部分统合课堂教学中数学思维与数学表达，感受科学精神于课堂教学细致入微的渗透。首先，通过案例分析了科学精神在数学课堂中的表现，这一过程正是训练学生思维和表达的具体体现。其次，谈到数学思维和表达对促进数学知识和理解的重要意义。

关键词：科学精神；数学课堂；数学思维；数学抽象；数学表达；教育意识

ABSTRACT

The spirit of science is the soul of a culture. With the changes of the times, the traditional knowledge and skill goals can no longer meet the expectations of the times for the growth of students. The times are more expecting students with self-cultivation, emotion and scientific spirit. This spiritual cultivation has become a deepening of basic education curriculum reform. The key to implementing core literacy is that education reform pays more attention to the classroom reform of frontline teachers. In the subject teaching, how to put the scientific spirit under the core literacy is an urgent issue for frontline teachers. The cultivation of the scientific spirit was put forward under such a background. Therefore, the scientific spirit researched in this paper is extremely cultivating refers to the systematic classroom learning behavior carried out in the education venue specially set up in the school, combining the characteristics of the mathematics itself and the learning behavior of the primary school students. Class activities should be based on three favorable principles: first, it is conducive to stimulating students' interest in learning; secondly, it is conducive to students' understanding of life; third, it is conducive to the participation of all students. The cultivation of the scientific spirit is precisely for the all-round development of students. In the classroom teaching, through the study of knowledge, the rational quality of thinking is obtained. Therefore, the cultivation of scientific spirit is closely related to the teaching of school education. The thesis studies the science spirit of primary school students through five parts-based on the study of mathematics classroom. discusses the theory related to the cultivation of scientific spirit in the subject curriculum standards and teaching research, and sorts out the cultivation theories of scientific spirit at home and abroad. The overall research ideas and methods were determined. The second part is the extremely operational understanding of the concept of the spirit of elementary school mathematics. This part defines the core concept and combines the analysis of the

operational understanding of the mathematics of primary school to give the connotation of scientific spirit cultivation. The third part combines specific cases, from the cultivation of the sense of number, the cultivation of symbolic consciousness, and the cultivation of the concept of space, to discuss the cultivation of mathematics thinking in primary schools. The fourth part is the cultivation of mathematics expression of primary school students. This part mainly expounds the importance of expression in the process of learning, learning is the result of interaction, and the process of interactive communication needs to be expressed. However, classroom expression is different from everyday language and requires long-term cultivation and training. In this process, students should be guided to form a mathematical observation perspective, and gradually learn to use mathematical language norms to express. Promoting student expression requires teachers to ask appropriate mathematical questions and give specific cases. The last part integrates the mathematical thinking and mathematical expression in the classroom teaching, and feels the scientific spirit to infiltrate the classroom teaching in detail. First of all, through the case analysis of the performance of the scientific spirit in the mathematics classroom, this process is the concrete embodiment of training students' thinking and expression. Secondly, it talks about the importance of mathematical thinking and expression in promoting mathematics knowledge and understanding.

Keywords: Scientific spirit; Mathematics classroom; Mathematical thinking; Mathematical abstraction; Mathematical expression; Education consciousness

第一章 绪论

在信息资讯高度发展的今天，教与学的内涵正发生着巨大的转变。教学的目的已不仅仅是知识的获得，更注重知识习得过程中学生综合素养的提升和品质的培养。2016年9月《中国学生发展核心素养》正式颁布，文中以培养“全面发展的人”为核心目标，超越学科地将中国学生发展的核心素养分为文化基础、自主发展、和社会参与三个方面，并进一步分解为六大素养十八个要点。其中科学精神作为文化基础内涵的主要构成，如何在小学数学课堂教学中系统培育是本文要思考的主要问题。

1.1 问题的提出

自2001年新一轮基础教育改革实施以来，学校教育有了长足的发展，并进入一个空前繁荣的时期。这一方面表现为教学改革方法的多元化和改革形式的多样化；另一方面表现为教育理论内在的实践信息日益影响着教育实践。伴随着教学改革的不深入，人们逐步认同教学改革的理念与目标，并在课堂层面积极探索实施。教学内容、教学方式以及教学评价的革新，使得教育教学研究从关注学习结果向关注学习过程转变。

与此同时，我们也注意到一线教师对接踵而来的教学改革存在着茫然困惑的现象。具体表现为两个方面，一方面是教学观念的更新滞后于方法、技术层面的改进。教育者在实际行动中实践某种教学方式固然重要，但作为支撑其实践的教学观念更为根本。在过去的教育教学改革中，一线教师教学观的更新途径主要来自课堂实践，其中方法、技术的运用可观可鉴，实效性高，但也因其碎片化的经验使他们囿于学科教学的视野内，阻碍了整全教育观的形成，当一次次新的课堂教学变革来临时，一线教师往往因缺少教学实践的理性反思而变得手足无措。另一方面是教学实践水平参差不齐，差异明显。由实践引发的自觉反思，往往聚焦于具体问题，着眼于课堂教学手段的改进，有其局限性；教育者自身悟性的高低导致实践层面出现参差不齐的现象，矫枉过正，顾此失彼，甚至走入误区。究其原因，任何教育改革倡导或推行的教学变革，都会内含自身依托的教育理念，这就需要教师在行为变化的同时，更新自身的教育思维，正如有学者所言：“教育者基本依据行业传统、经验及个人天赋进行教育的时代已经过去了，但要说教育者的教育实践足够理性为时尚早。”^①在一定教育理念背景下的教育行为，若与机器的“使用说明书”类比，前者虽因实施对象的复杂而具有丰富性和多变性，不能一一说明，但仍旧可以列出如后者大致

^① 刘庆昌. 教育工学初论. 教育理论与实践, 2007, 3, 224.

的操作说明。在这样的思路里，应有对核心理念置入历史的理解，有与之相关的操作环境解读，以及理念操作的分解秩序（结构和顺序）。如此结构化阐释，旨在给出一份教学操作的“说明书”，至少思路分明，让教育者多一点清晰少一点模糊，使教育改革整体上缩小差距。

应该说，对小学生“科学精神”培育的思考正是在这样的背景下进入我的视域。《中国学生发展核心素养》颁布之后，围绕核心素养的教学研讨和教师培训广泛开展，尤其结合学科教学的核心素养如何落地，正是一线教师迫切关注的问题。本文所探讨的小学数学课堂教学中的科学精神及其培育，将为学科教学提供更符合时代要求的教育视角，将使科学精神的基本要点找到符合学段、学科的落脚点，为教学及教学评价提供可察、可测和可描述的依据。这也正是本研究的意义所在。什么是小学科学的科学精神？怎样在小学科学教学中培育科学精神？本文将围绕这些问题展开分析论述。

1.2 文献综述

科学精神在研究领域不算是新的词汇，国内外学者对科学精神的探讨一直没有停歇过。站在时代的长河中，科学精神源于西方文明，脱胎于西方神学体系，随着科学的诞生和广泛传播，科学精神已成为西方思想文化体系的重要组成部分。科学精神体现在探索在对已知世界或未知世界的探索中，求真、求实是其基本原则，开放、包容是其基本态度。国内外研究尤其西方研究者均在各自的文化语境和社会阶段中，从认识论、方法论、价值观以及科学建制等视角对科学精神进行了分析阐释，使我们对科学精神有了比较全面的要义把握。

1.2.1 国内外科学精神的研究

科学精神是什么？对这个问题的探索带有深深的历史烙印。科学精神源于思想缜密的逻辑系统，源于科学研究中形成的一整套求证方法。历史地看，从古希腊时期到二十世纪，科学精神走过了漫长的岁月。随着自然知识体系的建立和充分发展，科学精神逐渐成为西方思想文化的遗传基因。西方思想家对科学精神的认识和把握多见于论文或著作中，或是从科学方法上规范，或是阐释科学的基本特征，或是从科学建制方面提出无私利性的规范。可以看出，西方思想家对科学精神的以上认识做了各自侧重的强化，镶嵌在一定的文化背景和著作中心观点中，缺少科学精神培育视角的论述。

国内对科学精神的关注始于二十世纪西方近代科学的传入。当时的中国社会，

技术的积弱需求限制了科学事业的发展，民众愚化不堪，缺少思辨能力，整个社会处处呈现出一派无知之像。诸多有识之士针对“科学精神”发声，提出自己的主张。无论是“求真理”还是“拿证据来”，都体现出人们思想意识的觉醒与进步。学习西方思想成为当时社会的一股清流，“赛先生”与“德先生”一起成为当时新文化运动的旗帜。梁启超先生呼吁现下当务之急是普及科学精神，他认为：“有系统之真知识，叫做科学，可以教人求得有系统之真知识的方法，叫做科学精神。”

随着社会的发展，科学技术日益成为时代进步的重要标识。人们的生活越来越依赖科学技术的发展，我们享受科学带来的形而下的种种便利，却不免忽视了科学形而上的精神追求。因此，江泽民同志专门就科学精神做了重要强调，他指出：弘扬科学精神，就是要解放思想、实事求是、不断创新，按规律办事。二十世纪以来，我国也有诸多学者从价值观、行为方式、科学活动和科学家等角度对科学精神做了要义分析。可以看出，学者们对科学精神的共识集中于“求真”上，以及由此衍生的科学思想、科学方法和科学的精神气质。

通过对国内外研究的认真审视，我们可以真切了解科学精神的历史发展以及多元表述，可以把握当代科学精神的基本观点和立场，那就是在理性精神指导下追求真理的态度和规范。由此，具有科学精神的个体在意识及行为层面凝结为大胆质疑、反复验证、创新探索、竞争合作、臻善至美的品质。

但也体会到，由认识到实践，我国在弘扬和培育科学精神方面，仍缺少系统的规范体系。有学者通过研究认识到：“科学精神的培育在我国仍旧缺少坚实的社会基础，弘扬科学精神是一个宏大的社会系统工程。培育的途径最主要的、最首要的是要立足学校教育，变革科学教育模式。”^①因此，在义务教育阶段，学科教学尤其应该承担起科学精神培育的重任。

1.2.2 教育视野内的科学精神

转换为教育的视角，科学精神作为教育目的要素固然是一种新面目，但在成熟的文明社会，它的内涵无一不是教育的主张。尤其近现代教育历史阶段，科学精神所共识的理性思维、批判意识和行为品质作为教育目的和价值追求，在学科课程标准和教学研究中均有具体体现。

学科课程标准

以数学学科为例，数学是一门纯粹的形式科学课程，即使在小学阶段，因儿童

^① 蒋道平. 论科学精神及其对当代中国进步之影响[D].中国科学技术大学,2015, 128.

心理发展的限制，也丝毫不会减损其逻辑与精确的优势。编制课程的设计者从课程性质、课程理念、课程目标以及课程设计思路上架构了“科学精神”。在数学学科课程标准中，强调了数学素养是适应时代发展的现代公民必备素养，数学教育教学要培养、发展学生的抽象思维能力和逻辑推理能力。课程总目标由过去的“双基”“两能”改进为“四基”与“四能”，增加了基本思想和基本活动经验，发现问题和提出问题的能力。在“课程基本理念”中对数学活动、数学学习过程做出生动描述。课程标准不仅注重数学学科性，更关注到学生作为整体的人的发展，如：学会独立思考……形成坚持真理、修正错误、严谨求实的科学态度。由此我们看到，数学课程标准规定了学科性质，规定了课程目标和课程内容，明确指出了数学学习的成效，这些将作为科学精神培育的主要内容和方式。

课程标准是学科教学的纲领文件，其中除了学科知识内容的规定，还有对学科思想的渗透和培育。可以发现，学科思想正是教学活动中培育科学精神的有效途径。所以，科学精神培育必然依托学科课程标准进行。数学的抽象思维即数学思想是理性思维的学科表达，更是科学精神培育的核心内容；学生在数学活动中自主探索、互动交流，形成问题意识和表达能力，是科学精神培育的具体路径。不难发现的是，数学课程标准因高度的概括而存在如下缺漏：第一是缺少数学思想方法的纵向梳理。数学思想方法是数学教学和学习的核心目标，是数学知识形成过程和结果中蕴含的思维理性。《标准》中提出“体会和运用数学思想方法。”但数学思想方法的内容并没有给予明示，这样带来的后果是教师并不能准确全面地了解到底有哪些数学思想，更无从清晰把握数学思想的脉络。第二是缺少数学思想方法的具体指导。数学思想方法具化为数学核心词，“课程设计思路”对十个数学核心词逐一做了“是什么”和价值说明，缺少进一步“如何做”的指导。比如数感，指建立数与数量、数量关系、运算结果等方面的感悟。缺少进一步教学操作思路。一线教师对数学思想方法和核心概念的教学仍旧浮于表面或者忽略，课堂教学依旧以知识中心展开。

教学研究

郑毓信教授在其著作中对数学学习做了如下描述：“我们数学课上所希望学生养成的是一种新的精神：它并非与生俱来，而是一种后天养成的理性精神；一种新的认知方式：客观的研究；一种新的追求：超越现象以认识隐藏于背后的本质；一种不同的美感：数学美；一种深层次的快乐：由致力满足带来的快乐……一种新的性格：

善于独力思考、不怕失败、勇于坚持……”^①这是对理想课堂的描述，也是对理想学习状态的憧憬，可以说，这就是充满科学精神的数学课堂的样貌。

在教学实践领域，已有主体意识较强的实践者关注到科学精神的某一方面，并提出自己的教学观点和主张。特级教师贲友林在长期的教学探索中，主张“以学为中心的课堂”，他认为：“小学生数学学习过程，就是对数学有所‘发现’，并在此过程中，观察、比较、归纳、概括等能力都得到了发展。”^②张丹从课堂教学实施的角度提出激发学生思考的三个策略，一是激发学生的思考兴趣，二是营造思考的环境，三是有效提问和举例。^③也有学者从解决问题的角度分析小学生思维特点，提出教师“应创设条件，让学生用不同的思路思考问题、用不同的方法解决问题。”^④由上可见，在小学数学教学研究和探索中虽然没有专门提及科学精神，但培育科学精神的事实是存在的。科学精神“本身就是一种基于过往历史成果的当代重组”。但遗憾的是，既往的研究或是直接表达科学精神的应然状态，或是停留在教学实践的“现象——反思”阶段，以致人们从中只能获得种种观点，而观点并非系统的认识。又，具体到“如何做”的层面，方法、模式满天飞，勤奋的实践者在自己课堂上移植、模仿，往往因效果不佳另寻高见。在如此碎片化的研究面前，人们混淆了自己的头脑，应接不暇但又理不出头绪，他们并不能从简单的模仿或借鉴中获得对科学精神的深刻认识。而一旦缺乏对科学精神清晰的、结构化的认识，其实施的基本方法及框架必然是模糊的。

总之，教育实践者缺乏一种“教学思维”的整体构思，即“教学理念及其支配下的教学操作思路”^⑤笔者认为，小学数学中的科学精神，是一种趋于理性的思维品质，是学生对数学知识认真思考、积极探索的过程。教师要明确数学思想的内容及其与知识内容的联系，要有如表达、交流、合作等学习行为的跟进训练。前者重在培育数学思维，后者重在培育科学思维的“疑”和“勇”。具体地说，笔者以为，科学精神的培育研究应当集中于以下两个问题：

第一，作为培育内容的科学精神是什么？对此问题的回答关涉教育实践者的教育（教学）观；

第二，如何在小学阶段系统培育科学精神。对此问题的解决旨在明确培育方法

^① 郑毓信. 课改背景下的数学教育. 上海, 上海教育出版社, 2012, 252.

^② 贲友林. 发现学生的学习. 江苏, 江苏教育研究, 2016, 10, 18-19.

^③ 张丹. 小学数学教学策略. 北京, 北京师范大学出版社, 2010, 8, 26—27.

^④ 胡庆. 小学数学教学中学生科学精神培养策略研究. 创新人才教育, 2015, 4, 14-16.

^⑤ 刘庆昌. 广义教学论. 山西, 山西教育出版社, 2011, 11, 74.

及操作框架。

1.3 研究思路

1.3.1 我们在什么意义上研究科学精神及其培育

科学是一个实质概念，是人类探索世界变化规律的活动总称。活动的结果指向系统化和公式化的知识，活动的过程指向逻辑一致和实践可检的探索方法。科学精神就是在此活动中形成的一种高尚的品质和意志力，它并非生而有之，而是通过后天历练形成的非智力因素和道德品质。教育之外科学精神的认识或讨论，多见于科学社会学、历史发展线索下的理论分析和多元构建。在既往的研究中，一般采用将科学工作内容置入历史线索中分析与概括，使人们把握科学精神的内涵，明确其意义及价值，目的在于提高认识，促进科学事业在科学领域的发展。而教育视角下的科学精神，应蕴伏于（学校）教育内部某种品质的教学中，与学科知识的学习紧密联系。之所以做这样地说明，旨在有别于教育之外其他领域的研究。小学生的科学精神及其培育，立足于理性思维（逻辑与证据）的形成，遵循儿童心理发展规律，紧密结合学科知识的获得过程。

小学生科学精神及其培育，是在教学思维框架下的认识和运思，其培育行为与学校教育（教学）行为紧密相关。是在教育思维框架下，探讨科学精神在小学课堂教学中的具体表现，解决科学精神在小学数学教育框架下“是什么”和“应该怎么做”的问题。因此，本文所研究的科学精神及其培育，是站在学校教育的立场上，结合数学学科本质和学生学习行为，对课堂教学过程中的培育行为的探索。既然是在教育内的培育构思，就要遵循或者充分考虑教育的构成要素，即教育目的，教育手段（内容与方法）和教育活动中的人（学生和教师）。也就是说，科学精神的培育应是为了学生的全面发展，即在课堂教学中，学生通过知识探究的学习，获得理性的思维品质，以及求真求实的探索精神。

1.3.2 研究的思路

本文是从小学教育的视角研究科学精神及其培育的。拟从分析科学精神与小学数学教育的联系中，概括出小学数学科学精神培育的内容；依据学科特点和小学生认知规律，探索出科学精神在小学数学课堂教学中的操作要点；通过对小学生数学学习行为的深入观察与分析，提炼出科学精神培育在内容与方法维度的教学策略。

1.4 研究的方法

本次对小学生科学精神的培育研究涉及文献法、课堂观察法、案例研究法。

1.4.1 文献法

通过对与科学精神相关的书籍、期刊和论文等资料的研究与分析，了解国内外科学精神的研究动态，尤其在小学生科学精神的培育方面的研究情况。这些已有的研究成果将为本研究提供必要的研究基础，也为本研究提供坚实的理论基础。

1.4.2 课堂观察法

进入课堂教学现场，观察教学过程中能够体现科学精神的学习行为，以及教师相应的组织行为，并加以分析和研究，思考教学行为的有效性，为本研究提供有效教学策略和手段。

1.4.3 案例研究法

通过对教学案例的分析，可以看到科学精神在具体教学过程中的落地情况。从具体教和学的行为中，分析出科学精神培育的细节表现，从整体上把握科学精神培育的教学策略和具体表现。

第二章 小学数学中科学精神的概念及其操作化理解

在《中国学生发展核心素养》中提出：“科学精神，主要是学生在学习、理解、运用科学知识和技能方面所形成的价值标准、思维方式和行为表现。具体包括理性思维、批判质疑、勇于探究等基本要点”。这一解释既是科学精神的历史精髓在当代意义准确表达，也为我们思考科学精神培育提供了理性起点。

2.1 小学数学中科学精神的概念

2.1.1 界定

数学研究的内容是数量关系和空间形式，本质上就是研究抽象的东西。数学的逻辑与精确，以及数学在人们日常生活中的普遍运用，使数学教学（学习）活动充满理性的意蕴。结合科学精神既有的理解，并充分考虑到学科性质和儿童的特性，我们可以将小学数学科学精神理解为数学思维和数学表达。数学思维与数学表达共同构成科学精神培育的整体。

“数学思维”即数学化的思维。数学认识的本质是抽象，即抽离对象的全部物质属性后的认识和判断。思维是人脑对客观事物的反应。数学思维，就是看待事物或现象时所持有的抽象的眼光，并在分析、解决问题过程中形成的理性思维。数学化的思维则指数学思维逐步形成的过程。我们应认识到，小学阶段的数学学习大多依托生动的现实情境，但那只是数学暂居的或者说原生的场所，生活为璀璨的数学逻辑搭建舞台，但舞台并不是数学本身。我们应更为深刻地认识到：数学思维不同于日常生活中的思维，它是在特定情境中，以推理的方式分析事物或解释现象，使得思维具有严谨性。但又不可忽视的是，小学生数学学习必须依附于现实的情境，这是由小学生的认知发展规律决定的，他们还不具有完全形式逻辑推演的知识和能力。小学生的思维处在较低的日常思维层次，或者说有较多非数学的成分，但实质上这正是形成“数学思维”的必经阶段。小学生的数学思维应是从生活概念转化为科学概念的思维过程，即“由日常生活所获得的数学知识经验成为学校数学学习的出发点和必要背景。”^①。因此，数学化思维是数学思维的过程性表达：借助生活情境，抽象地表现事物数量和形态，在认识具体数学概念、规律和运算过程中提炼并形成的数学思想。可以说，数学思维是形成思维理性的主要过程和标志，科学精神的培育通过数学化思维过程实现。

“数学表达”也即数学化的言语表达。在认识上，言语表达的功能有二，一是

^① 张奠宙.数学教育哲学的理论与实践.南宁,广西教育出版社,2008,9.

输出，二是交流。首先，将思维内容准确、逻辑地说出来是表达的输出功能。表达是思维的可视化反映，即通过语言将思维成果反映出来的过程。正如维果茨基所言：“语言是向他人转达经验和思维理性的中介系统。”^①“儿童思维的发展与语言的发展并不对应。”^②因此，小学生思维与语言处在对事物认识同一反映的过渡阶段。其次，表达（无论儿童还是成人）并非单向输出，还承担着交流的功能，是一种社会接触。交流中的言语表达受环境影响，个体在师生互动和生生互动中产生积极或消极的情感体验，这种情感体验可以增强或减损个体的表达意愿，甚至影响到思维的品质。对于小学生来说，教学中应特别注意表达的交往功能。由此，数学表达就是使用数学语言反映思维内容的过程，并在此过程中形成科学的思维品质。这也是数学化的言语表达的意图所在。需要指出的是数学化语言表达区别于日常概念中的表达，它是指理解数学概念并运用它们时的随意性。日常概念产生于儿童的个人经验，数学概念则产生于有组织的教学过程之中。

既然数学思维与数学表达是科学精神培育的两个要素，那么数学思维与数学表达必然统一在教与学的过程中，二者在科学精神的培育中是相互依存，相互促进的。

在以上论述的基础上，我们拟把小学生数学中的科学精神作如下界定：小学数学中的科学精神，是学习者课堂学习行为在精神气质层面的凝结，是在数学活动中习得的思维品质。从行为意义上看，数学思维和数学表达是小学数学科学精神的两大要素，二者统合在小学数学课堂教学过程中。

2.1.2 科学精神与数学素养

在回答科学精神是什么时，人们必然会思考科学精神与数学素养的关系。科学精神与数学素养都是素养，素养是“一经习得，便与个体生活、生命不可剥离的，具有较高稳定性。”^③前者基于人的必备品格与关键能力，后者体现学科特质。只有厘清二者的关系，我们才能更加准确地把握数学学科中科学精神的内涵，为科学精神的培育奠定清晰的认识基础。

首先科学精神是数学素养的价值反映。如果说科学精神及其所在的核心素养是为了人的培养勾勒的一幅“蓝图”，即全面发展的人，那数学素养及其所代表的各学科素养则在具体描摹着这幅“蓝图”。超越学科的科学精神，是由学科素养凝结而成的思维品质和精神气质。科学精神内含的理性思维、批判质疑和勇于探究为各学科素养提炼出了共同的育人价值。

^① 列夫维果茨基.思维与语言.北京,北京大学出版社,2013,3,6.

^② 列夫维果茨基.思维与语言.北京,北京大学出版社,2013,3,10.

^③ 王红.吴颖民.放慢知识的脚步,回到核心基础[J].人民教育,2015,7.

其次数学素养为科学精神提供必要的内容基础。数学素养是核心素养在特定学科的具体化。数学素养，就是指个体抽象思维的方式和能力水平，是在特定的问题情境中体现出来的行为习惯和思维品质。数学的本质是抽象。史宁中教授将其概括为：“数学的眼光，数学的思维和数学的语言。”^①数学的眼光，本质是抽象，抽象使认识具有一般性；数学的思维，核心是推理，推理让思维具有严谨性；数学的语言，即指数学模型，模型使数学的应用具有广泛性和规律性。这正是数学把握世界的形式化视角，也是数学素养之于科学精神的具体表达。

如果说数学素养是指向数学知识形成的学科素养，那么科学精神就是指向人发展的超越学科的教育价值追求。因此，科学精神与数学素养是一般和特殊、抽象和具体的关系，并在实践中相互融合，共同作用。

2.2 小学数学中科学精神的操作化理解

如果说科学精神是一种结果，那么在它的背后必然隐藏着一个过程，因为每一个结果都是一个过程的产物。探讨科学精神的培育过程就是要把握其从无到有的发展规律。我们须特别考虑到小学生的心智发展。处于具体运算阶段的儿童虽然具有天然的智力好奇，但身心自然萌发的好奇多在“日常概念”而非“科学概念”中运行，概念理解、运算和解决简单的问题需代入情境和借助直观操作。十二岁以后，思维才可以无须借助具体外在的活动或实物，根据逻辑规则直接运行。如果我们认同维果斯基提出的“教学始终并应走在发展的前面，而不要落在发展的后面。”^②我们就须充分了解小学生的心智发展特征，并以此作为学情分析的重要基础。我们不能认为凭借个人主动探究就能自然形成合理的思维方式。数学思维与数学表达强调了学习引导发展的主张，正如郑毓信教授的观点：“学生思维的发展主要取决于教学，而不是年龄或生理成熟程度。”^③教学过程与儿童心智发展过程必然是两条时而并进，时而叉开的曲线轨迹。教学须充分考虑到这一点，这也是小学教学的复杂与难以把握之处。

那么怎样才算形成科学精神呢？这是科学精神形成的标准问题，也是培育的内容。我们把数学思维和数学表达作为科学精神形成的标准和培育内容，关涉学科本质和人的发展。有一点毋庸置疑，即表达以思维为前提，二者在学习者那里必然不可分割。作这样暂时的分割是出于分析的需要，也是为了更清晰的认识学习过程。

^① 史宁中.什么是数学基本思想.上海,复旦大学出版社,2012,3,86-88.

^② 列夫维果茨基.思维与语言.北京,北京大学出版社,2013,3,16.

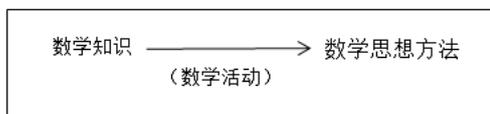
^③ 郑毓信.课改背景下的数学教育研究上海,上海教育出版社,2001,17.

知识指向思维的结果从而可测不便察，而表达尤其数学地说则能将思维可视化从而弥补不便察的状况，表达过程更能表现出某种思维的品质，即知识是怎样进入学习者头脑的。现实的教学中对思维过程的轻视或者弱化，使得学习在知识层面繁花似锦，而在思想方法层面门庭冷落。在小学阶段，数学思维和数学表达并举，是落实数学思想方法的应对策略，也是科学精神核心要义的学科对接点。

数学思维在内容上由低到高分为两级，第一级是数学知识，即数学课本内容，第二级是数学核心思想：抽象、推理和模型，这是知识的上位学习。小学阶段将其分解为八大核心概念。显然，第二级内容是数学思维的核心所在。因为数学思想并不以显在知识存在，而是借助数学知识学习形成的思想方法，数学思想方法即数学思维观。这涉及教师自身对教学内容（数学知识）的深刻理解，以及我们对近年来普遍重视的“学科内容教学法知识”（PCK）的深入认识和把握。

数学表达主要体现在数学活动中，是思维过程的外化。在数学活动中，学习者将理解数学知识的过程通过言语陈述、提问、回答、讨论等形式表达出来。表达不仅体现学习者的既有思维，还可促进学习者思维的自觉修正。这又涉及教师对课堂学习（教学）方式的理解，即教师的教育（学）观念支配下对教学活动的思想设计。

通过以上分析，我们认为，小学数学课堂教学中科学精神的培育，就是通过数学活动使学生掌握数学知识，获得数学思想方法，形成



初步的思维理性和意志品质。基本的操作模式为：在课堂教学中通过一系列数学活动逐步实现“数学知识——数学思想方法”的深化（如右图）。在核心素养的背景下，教师在数学课堂教学中首先应完善教学目标要素，即“对既有的教学目标系统进行合理的改造，改造的核心工作应是重组。”进而优化教学过程，完善教学评价系统。

第三章 小学生数学思维的培育

如前所述，基于对数学思维内容的分析，我们可以确定学习（教学）的内容及其价值；基于对数学表达行为表现的分析，我们可以确定学习（教学）的方式及策略。在此基础上，我们就可以将数学思维即数学知识及其数学思想方法整合在教学（学习）活动的设计中，并采取相应的教学策略。也可以将数学表达在学习行为视角和教学组织形式下作清晰的运作。这实际上也代表了本文对于小学数学科学精神培育的一个基本观点：在一线教师那里，更加需要在一定教学观下结合具体教学内容采取恰当的教学策略。因此，以下会将数学思想方法与小学阶段数学课程内容结合起来，以知识内容为线索，分析契合内容的数学思想方法，提出教学策略，进而引导学生数学思维的培育。

如果我们把科学精神视为一个系统，那这个系统就是由数学思维和数学表达两个要素构成的。数学思维即指数学化的思维方式，其中数学知识是数学思维的载体，它为数学思维提供内容资源。数学知识指学习者对数学以及更具体的数学概念、运算、问题解决等内容的基本认识。这些认识作为既有知识或看法会强有力地制约着数学思维的品质。一定的数学知识是数学化思维的背景，一旦上升为思维方式或数学思想，就会规定个体思维的方向和路线。在这里，我更愿意提到史宁中教授对数学发展所指的思想的论述。他认为：“数学发展的思想本质上就是三个，即抽象、推理和模型，这是数学思维的最高层次，其中抽象最为核心。”^①第二层次是体现数学不同内容的思想，例如分类思想，化归思想，对应思想，数形结合思想等。第三层次是体现具体数学内容蕴含的思想，例如数据分析思想、图形变换思想等。因此，发展学生的数学抽象能力和思维习惯是科学精神培育之“数学思维”的核心内容。

抽象思想的认识。数学在本质上研究的是抽象的东西，即脱离了具体内容的存在形式和关系。我们所认识的任何一个数学知识：概念、公式、规律、定理，还有问题解决，计算等，都需要抽象思维参与其中。而这些抽象的东西既源于现实世界，也源于人的思维经验。因此，数学抽象是一般化的思维方式，它来自感性认识，通过直观和抽象获得。抽象是思维的基础，随着认识的深入及知识的积累呈现不同层次。例如数的认识：一个人、一颗豆、一条狗……是从1的数量表征到“1”的数抽象；又如从自然数、整数到分数的扩展，从有理数到实数的扩展。前者体现了抽象的深度，后者体现了抽象的广度。

^① 史宁中. 数学思想概论. 长春, 东北师范大学出版社, 2015, 3, 16.

抽象思想在数学中的核心表达。数学抽象表现在两个方面，一是对概念的抽象，二是对证明的抽象。小学阶段的概念抽象主要体现在数与图形的认识，我们把计算理、法则视作证明的一种形式，算是初步的证明抽象，更为一般意义下的证明则在第三学段展开。根据小学数学核心概念的阐释，可以看出“数感”、“符号意识”和“空间观念”是合乎抽象思想的核心表达。

因此，小学生数学思维培育的核心是抽象思想（方法）。再具体地，“数感”的培育、“符号意识”的培育和“空间观念”的培育共同构成小学生数学思维的主要内容。

3.1 数感的培育

《标准》中指出：“数感主要是关于数与数量、数量关系、运算结果估计等方面的感悟。”^①由此可以看出，这里的“感”不仅指对外在形式的感知，更体现在外在感知之上的理性认识。

数感是数学思想的基础，认识数是数感建立的开始，并在数运算过程中加以巩固和深入。从数学内容来看，数是小学数学的基本内容，应使学生在数的学习过程中，体会数的丰富意义和作用。因此，发展学生数感的教学策略有以下三点。

3.1.1 引导学生经历数产生的抽象过程。

数字符号系统的产生与扩充经过了漫长的历程，小学阶段主要认识整数、小数和分数。自然数是学生数学学习中遇到的第一个抽象概念。教学中应特别注意十进制计数系统中抽象的两个层次：计数和符号，即经历由具体的数量感知到简约记载，再到数字抽象的过程。数的大小与排列顺序是获得数感的主要内容。一般的，理解数的大小采用“对应”方式，也即皮亚杰认为的一一对应的过程是整数结构的基础，因为它为两个集合的等值提供最直接、最简单的计算方法。“对应”方法也是学习相差数量问题的基础。以一年级 20 以内数的认识为例：教师首先要帮助学生认识到数是物体相同数量的共同属性，即从具体数量到数的抽象。其次要区分认识一位数和两位数的思维层次：0—9 的认识，数字值与位置值是一致的，而在由 10 开始的两位数却具有了根本性的变化，即位数值，数字在不同“位”表示不同的基数。再次应注重让学生从数与数的关系中认识数，体会+1 得到后继数，体验递增和递减的顺序。最后还应着重训练学生从逐一计数向数群计数的能力。如 6—9 的认识，就是以 5 为一个数群认识的（据心理学实验证明，如果不计数，人对多少的分辨基本以 5

^① 中华人民共和国教育部.义务教育数学课程标准（2011 年版）.北京,北京师范大学出版社,2012,5.

为界限)。准确把握数群结构并能自由地分解与组成是数概念形成的标志。因此,教师要充分理解教材中数认识的编排顺序,即按照 1—5, 0, 6, 7, 8 和 9 编排的道理所在。还要认识到“分与合”的编排意图,即数的组成与分解是数加减运算的基础。

3.1.2 引导学生运用多种方式加深数的理解。

弗莱登塔尔认为,“数概念的形成可以分为计数的数、度量的数、数量的数和计算的数。”^①这启示我们,多种表征手段宜于概念理解的持续性和深刻性。这里的多种表征指向两个维度,一是对同一概念自主的、水平化表征,二是对同一概念顺应的、垂直化表征。比如认识一位小数,设计问题:“如果用 1 表示一张正方形纸的大小,谁知道 0.6 是多大一块呢?请你在纸上画出来,并说说这样表示的理由。”学生日常经验和抽象能力的高低会影响他们的表征水平,进而呈现不同的表征样式,但这就是学生的认知基础,在此基础上进行的辨析活动才能够契合学生的认知发展。再如,认识自然数,既有基数和序数意义,还有集合或计算结果的意义。教师需根据学生的认知进度,帮助他们逐步深化自然数的认识和理解。再以认识分数作更具体的分析,分数是学生认识数概念的重大飞跃。对分数意义不断地认识和构建会从三年级持续到六年级,期间经历显性的两个阶段:分数的初步认识和分数的意义。而熟悉且能够系统把握分数教学的老师会充分考虑分数自身的丰富性和阶段性,将学生学习的基本维度和教学主要阶段恰当结合起来,采用不同方式帮助学生逐步完善对分数意义的理解。具体地,学生理解分数有数的维度和率的维度:“数”维度的分数以有理数形式出现,表现为一个结果,且与整数一样能够参与运算,如 3 个苹果平均分给 4 个小朋友,每人分得多少个;“率”维度的分数是部分与整体或者两个部分之间的关系。在实际教学中,基于分数意义丰富性的理解,我们可以将分数教学划分为五个阶段:平均分(二年级),初步感知部分与整体(三年级),分数比率、度量的理解(五年级),分数运算及解决问题(五年级),分数与除法、比的关系(六年级)。从学生理解维度与教学不同阶段考虑,教学分数初步认识和分数意义两个重要内容时,可以从等分角度确立认识分数的基础,也可以从度量角度突破分数的意义,还可以以运算的问题情境尝试理解分数等等。当然,突破之后每个阶段的系列设计须保证教学顺应学生的认知需求,把分数的不同形态化为不同方式使学生充分体验,只要有可能,鼓励学生用多种方法表示,逐步完善对分数的深刻认识。

3.1.3 引导学生在具体情境中学会估算并体会其合理性。

数感还需通过对运算结果的估计来培养。估算在现代社会中的作用越来越大,

^① 弗莱登塔尔.作为教育任务的数学.陈昌平等编译.上海,上海教育出版社,1995,159.

日常生活中人们对数据的处理时对近似值的需求大于精确值。估算能力的培养也在数学教学中逐步引起重视，并成为数学核心素养的一个重要方面。数学课程标准对估算提出了明确的要求：第一学段“能结合现实素材感受大数的意义，并能进行估算”，“能结合具体情境进行口算，并能解释估算的过程”。教材中凡涉运算的例题，在规则化算法之前均有意识地提示“估”的环节，旨在发展学生合情推理及条理表达的能力。

也能注意到一些教师在课堂教学中轻视甚至忽略这一环节，原因是学生“估”之后仍然要精确计算，且考察对运算结果估计简单而粗略，或者说没有准确地考察到学生的估算能力。更深入地，教师缺乏对数学教育系统的价值认识，并没有很好领会估算的教育旨在。如果仅仅作为规则运算前的一种“估计”行为，教师程式化地执行，学生程式地化应答，那估算就退化为一个环节，没有任何意义了。需要认识到的是：首先，估算是介于猜想和推理的一种认知活动。估算带有直觉猜想的成分，它的某些环节可以没有逻辑的依据，结果也往往不唯一，但其思维过程又不同于直觉猜想，它的目标明确，过程条理，其结果有一定的范围。所以，估算是由直觉而来的推想，内含猜想、推理与判断，猜想使思维具有科学性，推理使思维具有挑战性，判断使思维具有直接性。这正是契合科学精神的培育载体。其次，估算是一种创造性活动，具有开放性。估算的问题背景使其带有诸多不确定的因素，解决过程往往没有现成常规方法可用，需要经过多次尝试和修正，估算结果是在一定范围内的不唯一。所以，问题背景的不确定，多样的方法策略和开放的结果，使得估算成为体现学生思维个性，具有层次和水平差异的创造性思维活动。

当对估算的教育价值有了以上清晰地认识，教学行为便有了自觉实施的基础。在教学中需注意：一是创设好的问题情境。这里的“好”是指情境的恰当和问题的恰当。小学生乐于解决身边发生的事情，恰当的情境决定着学习意识的有无和启动与否，也是学生调动日常经验的开端。例如，学校组织外出活动，每辆车载 52 人，1000 人需要多少辆车？一架玩具飞机售价 53 元，100 元够买 2 架吗？恰当的问题可以帮助学生形成估算意识，教学中应提出值得估算的问题，帮助学生体会估算的必要。比如：开学了，小明要购置一些学习用品，具体如下：笔袋一个 25 元，彩笔一盒 18 元，笔记本 4 本 24 元，油画棒一盒 42 元，书皮 10 个 13 元，书夹一个 36 元。提问（1）小明估计这些学习用品不超过 130 元，他估计的对吗？（2）妈妈给了小明 200 元，这些钱够吗？以上两个问题说明了估算的必要性。同时也可以采用不同的估算策略：问题（1）学生可以直接把十位上的数加起来，得到 13，那总价一定比

130 元多；问题（2）可以把每个数进 1 估成整十数后再加起来，得到 190，所以 200 元够了。二是引导学生选择适合的估算策略。这正是教师在估算教学中的困惑之处：何时选择估算而非精算，估算结果是否与精确值越接近越好？我们可以通过特级教师吴正宪老师的一节估算课来思考这些困惑，吴老师的课设计了三个活动：课始，呈现“曹冲称象”的情境，引导大家知道大石头的重量就是大象的重量，然后让学生根据分别六次称出的石头重量估计大象的重量。在学生自主探索中得到各种自命名的估法：“大估法”、“小估法”、“大小估法”、“中估法”和“凑估法”。接下来，吴老师创设两个问题情境，组织学生讨论哪种各法更合理：问题一，350 名学生外出参观，有 7 辆车，每车 56 个座位，够坐吗？问题二，一辆货车过桥，车自重 986Kg，车上拉了 6 箱货物，每箱重 285Kg，这辆车能安全通过桥吗？问题一旨在让学生体会“大估”更接近精确值，而“小估”却是合理的；问题二则引导学生在惯性思维下体会“大估”的必要性。在经历两个不同的问题解决后，吴老师提问：“到底是 大估好还是小估好呢？”帮助学生反思，得出估算需要在具体情境和具体问题中合理选择。面对问题灵活选择解决方法正是估算的教学价值之一。小学阶段的估算能力，教师应帮助学生做到：（1）何时估算；（2）合理解释估算结果；（3）掌握估算方法。

3.2 符号意识的培育

“符号意识主要指能够理解并且运用符号表示数、数量关系和变化规律；知道使用符号可以进行运算和推理，得到的结论具有一般性。”抽象的重要标志之一便是符号，数学符号具有高度抽象性和精确性，也突显了数学的简洁特质。

数学符号是抽象的数学语言，其特殊性有三：一是简洁严密，与相应的文字叙述相比，符号公式更容易做到准确传达，例如乘法分配律： $a \cdot (b+c) = a \cdot b + a \cdot c$ 。二是可操作，字母（符号）可以表示已知量或未知量，并直接参与到运算中去，例如圆面积公式的计算推导。三是普遍性，就现代而言，数学符号在世界范围内获得了最大的统一。《标准》中指出：“建立符号意识有助于学生理解符号的使用是数学表达和进行数学思考的重要形式。”^①因此，符号不仅可以表示数学关系和变化规律，还能参与运算和解决问题。

小学生认知特点以具体形象为主，并没有符号的自觉意识。教师要引导学生实现或者逐步实现符号化思维，领悟代数思维的独特内涵与价值。即从学习角度来看，符号意识有两个维度，一是体会到运用符号可以进行一般化的运算和推理；二是初

^①中华人民共和国教育部.义务教育数学课程标准（2011 年版）.北京,北京师范大学出版社,2012,6.

步学会由关注运算结果到关注结构的思维方式的扩充。

韦达在其《分析艺术引论》中对数字运算和一般化的类型运算进行了划分，其核心表达是：符号是一类数字的概括，可以参与运算，并使得运算结果具有一般性。可以看出，发展学生的符号意识旨在扩充学生思维方式，整体上把握数量关系结构。形成代数思维。

可以说，符号意识渗透在数学课程内容的各个领域，从数字概念的到方程的理解，从图形计算到统计分析等等。例如，如果我们认识到数字不仅是数感建立的基础，还是符号化的开端，那么对数的教学过程，就会从这两个方面展开。在小学阶段，培养学生的符号意识须有恰当的教学策略。

3.2.1 在数和运算符号的认识中渗透符号意识

符号表达必须抽离具体内容，否则我们很难想象 4 张纸比 2 头牛多。今天，很多小学生都会用符号进行运算，过去需要漫长岁月才能完成的思维飞跃和转换，因教学大大缩短了这个距离。也正是这种现实的教学，使我们忽略了儿童作为学习者的生长性，限定一个或两个课时的学习并不意味着符号化思维的形成。抽离具体内容用符号表达之前还存在一个逐渐聚拢的过程，即前符号阶段。这也正是《标准》中描述过程目标的行为动词“经历”的基本含义，也即感受、尝试。史宁中教授在其著作中对抽象的含义做了三个层次分析。他认为，“就抽象的深度而言，大体上分为三个层次：

1. 把握事物本质，把繁杂问题简单化、条理化，能够清晰地表达，我们称其为简约阶段。

2. 去掉具体的内容，利用概念、图形、符号、关系表述包括已经简化了的事物在内的一类事物，我们称其为符号阶段。

3. 通过假设和推理建立法则、模式或者模型，并能够在一般意义上解释具体事物，我们称其为普适阶段。”^①前符号阶段正是由具体事物到符号表达之间的思维空间，是学生数学思维的萌芽状态，也即史宁中教授提到的简约阶段。人类早期的教育更多的是在一种实践中反复进行的自我教育、自我调整和适应的过程。^②这个过程就是抽象过程中发现知识的过程：自主构建——比较与同化，直至开始使用大家都认可的一种表示方法。这启发我们，符号化需要个体经验的参与和反思。教师应允许儿童在符号抽象前不断尝试表达，因此要充分挖掘数学课中宜于此空间的材料，

^① 史宁中.数学思想概论.长春,东北师范大学出版社,2015,3.

^② 郑慧芬,金忠明.中国教育简史.上海,华东师范大学出版社,1995,5.

着意创设问题情境，帮助学生自主构建，在此基础上才可进行符号的同一性表达。比如三年级《搭配》一课，三件上衣与两件下衣有多少种不同的搭配？教师往往会在出示实物图后提示：可以用三角形代表上衣，正方形代表下衣，画一画。再如二年级《乘法的认识》一课，湖里一共有几只小鸭子？教师引导观察后，学生列式 $2+2+2=6$ 后便告知：像这样 3 个 2 只，我们还可以写成 $3 \times 2=6$ 。这样看似流畅的设计实则忽略了学生思维的转换，这个转换不易觉察，因为学生会顺着教师的提示产生顺应记忆。而要重新思考的是，教师的告知或提示是否必须，学生的顺应记忆是否可以作为思维的生发点？当教师意识到前符号阶段学生思维的可能空间，《搭配》便可改进为：学生先独立解决，再同伴交流，教师可提醒学生：“想一想，怎样能够让同学看明白？”《乘法的认识》中，乘法的意义是相同加数自相加，所以对“ \times ”的出现也可参照前一例设计，给出更多自相加的情况后，让学生意识到加法的“繁”，这么相同的数相加，怎样列式简便些呢，看看谁有好办法。

3.2.2 在具体运算过程中体会符号意识

可以说数学符号支撑起了整个数学体系，数学学习一定意义上就是学习用符号来理解这个世界。如果从整体上审视现行的数学课程，就会发现数学符号无处不在。符号化的认识和表达也是“数学思维”的显在形式。

在发展学生符号意识的过程中，教师须有系统的教学思维，把握数学符号内涵，整体构思教学内容和教学方法。主要关注以下三个方面：

1. 理解符号意义的等价关系

小学阶段主要理解等号的意义。一年级学习等号是从认识多和少开始的，数量相等记做“=”；然后学习运算如 $2+3=5$ ，这里的等号表达为运算结果，即 2 与 3 的和是“=”5；一直到五年级学习方程时，等号意义扩充为一种等价关系。学生思维的困难在于转换，即对等号的理解从“得到结果”扩充为“数量等价”。

实际上在五年级学习方程之前，教师可结合教学内容渗透等号所表达的关系意义。如一年级数学 10 的加减法：10 能分成几和几，几和几组成 10？列表填写，再根据所填数字辅以算式表征： $3+7=5+5$ 。可以在加法学习中如此反复，旨在让学生习得等号的关系表达。习得即经验。努力消除学生对运算表达的单一观念：算式的结果一定在等号右边。史宁中教授的讲座中举过一个“荷叶上的青蛙”的例子：荷叶上有一些青蛙，跳到水中 3 只，还有 2 只，问荷叶上原来有几只青蛙？很多学生列式为 $5-3=2$ ，并能准确答出原来有 5 只青蛙。但有老师认为这样列式解答错误，应该是 $3+2=5$ ，这般简单的错判抑制了学生对题目中条件关系的感知，不利于培养学生的

代数思维。

还可以让学生把结果相同的算式用等号连起来，这样的形式可与四则运算同步训练。教师要帮助学生理解算式中等价表达，但也应允许学生有这样的中介式表达： $5-2=3=1+2$ ，虽然不规范，但在学生那里是有意义的，在他们看来，“=3”出现在算式中才是可靠的。教师在此时要做的是，拿掉“=3”，不断地指着正确表达，告诉学生 $5-2=1+2$ （算式等价）的合理性：这里的等号表示左边和右边结果相同，都是3。

2. 理解等式的可逆运算

在理解等号的关系意义后，就要在运算中借助情境进行恒等变形的训练。比如10以内加减法教学：根据公共汽车上下车情境列式： $3+4=7$ ， $7-3=4$ 。之后进行三步操作：（1）组织学生观察讨论这两个算式的异同。（2）同类题组变形练习。如 $6+2=8$ ， $6=8-()$ ， $2=8-()$ 。（3）图形推算。如 $4+\blacktriangle=9$ ， $\blacktriangle=9-()$ ， $\blacktriangle=()$ 。第一步操作目的在于让学生初步感知加减互逆关系，后两步旨在逐步形成等式结构的观念，即如在 $6=8-2$ 中，“6”与“8-2”是一样的，而非6仅是由 $8-2$ 运算得到的结果。图形引入等式的意图则更明显一些，因为学生并没有直观数字支持其观察等式，或者说学生会逐渐地注意到等式结构，用“一个加数=和-另一个加数”来推算 \blacktriangle 表示的值。

这样的教学思路在其他四则运算中可以复制执行。随着年级增高，可以增加图形个数或者增加运算混合级数，例如：如果 $\bullet+\blacktriangle=6$ ， $\bullet+\blacktriangle+\star=20$ ， $\star-\bullet=10$ 那么 $\blacktriangle=()$ ， $\bullet=()$ ， $\star=()$ ； $4\times(\blacksquare+19)=100$ $\blacksquare=()$ 。

等式运算中恒等变形是形成代数思维的必要手段。学生对运算式结构性的敏感和熟识为情境中的符号运用做好了思维准备。

3. 分析数量关系中的结构表达

学生在理解运算顺序和一定的恒等变形训练后，便可尝试在应用题中展开进一步分析。在学习列方程解决问题时，一般遇到的困难有一是不习惯，二是找不到数量关系。前者指向因算术思维形成的思维惯性，后者指向运用数量关系分析问题的思路。因此，在教学两、三步应用题时设计并引导好从结构角度观察分析数量关系。

比如：

（1）小朋友植树，山脚下有8组，每组4人，山坡上有50人，一共有多少个人植树？

（2）小学生春游去划船，一辆大的游船坐了41人，3辆小游船每个船上坐了28人，有多少小学生去春游？

这两道题在解答之后可以引导学生观察、比较列式异同。分析并得出“求和”

结构的数量关系，辅以图形示意。然后出示第二组题目，即变换条件与问题，已知和，求解其中一个条件。组间对比，分析异同：仍然是“求和”结构类型，条件问题调换。

以上教学思路在正式学习方程之前进行，就是要让学生熟知应用题中的数量关系结构，一般遵循三个层次：一是根据题中条件和问题画出线段图，用自己语言描述；二是根据所画图形概括数量关系；三是转换条件和问题，创编题目再解答。

3.2.3 在方程学习中初步形成代数思维

符号意识最终是要形成代数思维。可以说，发展学生的符号意识就是要形成代数思维视角，也是获得抽象能力的具体体现。代数即概括，代数思维区别于算术思维，其根本的区别是程序化和结构化。算术思维是指向运算结果的思维模式，而代数思维则是整体或结构化地看待问题，旨在发现条件事物之间的关系，明确其内在结构，并把它们联接起来。最为典型的是应用题解答中的列方程，由条件寻找问题解决是算术思维，将条件和问题统整起来寻找等量关系即是代数思维。

小学阶段中，方程单元（包括用字母表示数、方程和列方程解应用题）是正式学习代数内容的开始。主要内容有用字母表示数、认识方程、列方程解决问题，以此来扩展学生更高层次的代数思维水平。教师要从整体上了解学生认知，明确把握数学知识（教材）编排的纵向体系，并在之前的学习中引导学生经历并有所感悟，才可能在五年级正式学习方程时减少思维的突兀和不适。

1. 在具体情境中理解字母（式）的概括作用

用字母表示数是代数思维形成的前提。在小学阶段，理解用字母表示数的意义主要有：字母表示数和规律（计算公式、运算定律等）；字母式表示数量关系和结果。

用字母表示数旨在引导学生体会字母对同类数的概括性，经典的“数青蛙游戏”是很好的素材情境。学生在兴致勃勃地数的过程中，教师提出问题：“这样一直数下去，你能数得完吗？请你想个办法，用一句话数完？”接下来探讨（a）只青蛙（ \square ）张嘴，（ \square ）只眼睛（ \square ）条腿。这个过程中，有对同类数的理解概括，有对同一字母或不同字母表示的理解差异（b 张嘴还是 a 张嘴），有对不同量关系的分辨与审视……学生在具体情境中的深入交流，充分感受思维从数字到字母、一个到一类的抽象过程。

理解字母式同时表示数量关系和结果是思维困惑之处。例如：妈妈比小明大 28 岁，今年小明 a 岁，妈妈今年的年龄可以用 $(a+28)$ 表示。据调查表明，学生对用 $a+28$ 表示妈妈的年龄是有困惑的，他们认为：“ $a+28$ 到底是多少岁呢，它不是一个

结果呀。”这说明学生对字母表示数的概括性理解不可能一蹴而就，教师需要设计有意义的问题情境，不断反复和强化，以促进学生的理解。

2. 在判断平衡中理解方程的意义

方程刻画了相互等价的数量关系。不同版本的教材均以天平作为素材引进教学，符合学生感性认知，是非常合理的。学生在判断天平是否平衡的过程中，将未知数（字母）与已知数作为同等条件考虑，他们的观察思路从单一方向转向兼顾等号两边，进而理解方程的意义。

判断天平是否平衡是理解方程意义的显性方式，还应有其他情境中的隐性抽取，以使学生真正建立“平衡”视角。学生在此过程中面临着两个思维挑战：寻找等量关系并用符号表达——列方程。首先是教师须提供尽可能多的问题情境，帮助学生寻找等量关系。除了天平，还有如茶壶倒水、购物、分类计数、图形计算和行程问题等。在不同描述中训练学生分辨出数量关系，然后用等号连接其中等价的两个数量，就是等量关系。在不同情境中有意识地引导学生找出等量关系，并用自己的话语复述，以语言表达强化思维方式。其次是数学符号置入等量关系，用字母代替未知量并列方程。例如：王阿姨去超市购物，150元可买8kg苹果加10kg柚子或者可买12kg苹果加一袋大米。教学步骤如下：

(1) 你能发现题中的等量关系吗，找出一组，说给同桌听。【用自然语言“翻译”情境中蕴含的等量关系】

(2) 如果每千克苹果7.5元，每千克柚子 x 元（一袋大米 y 元），列出方程。【用数学符号表达等式】

(3) 还有哪些等量关系呢，写一写。【扩充同一情境下不同等量关系】

3.2.4 在列方程解答中初步发展代数思维

小学阶段，能够自觉地列方程解决问题是代数思维形成的标志。多年的教学实践告诉我，小学生往往不会主动选择列方程解答，原因有二：一是等量关系比较简单，二是不习惯方程的运算方式。我们知道，算术到方程是思维方式的飞跃，需要学生扩充对数学符号的理解。例如对等号的理解，认识到不仅可以通过等号输出结果，还可为保持“平衡”在等号两边同时消解得到结果。前者等号代表得出结果，后者等号代表连接两个相等的量。我们建议老师们在前面教学中渗透等号的两种含义，就是要减少学生认知的突兀，较快地接受和习惯用方程解的思维方式。

为了让学生体会方程思路的优势，可以设计一些数量关系较为复杂的问题。教材练习题目中出现的“和倍问题”“相遇问题”和需要逆向思考的题目类型，其编排

目的正在于此。比如小明家十月份用水 24 吨，比九月份节约了 20%，九月份用水多少吨？依照算术方法，需要明确谁是单位“1”，十月份对应的率是多少，求单位“1”用除法计算，学生在解答中出错较多。运用方程思路，只要理清节约 20% 的含义后，根据等量关系列出方程即可。

在解方程时，学生往往排斥用等式性质解，原因是显见的，算术思维先入为主。比如 $x+6=13$ ，学生会试着想 $()+6=13$ ，从而得到 $x=7$ ，也会将 x 无视，发现 $7+6=13$ ，从而 $x=7$ 。最为熟练的是利用加法各部分之间的关系得到 $x=7$ 。前两种方法比较“繁琐”“笨拙”，但可以发现，这是学生应对陌生解答形式的直觉，恰恰是最为朴素的“结构化思维”。第三种方法学生最熟悉，而且一旦熟练后会更加不接受方程方法。笔者认为，诸如上例“一看就有”的方程直观求解，强化方程解答思路就不那么必要了，以避免由简入繁的困惑。顺应学生经验，用等式性质解答以新方法的姿态出现，问题引导“你是怎么得到 $x=7$ 的？”“能用等式性质解答吗？”在出现如 $2x-6=15$ ， $3 \times 12=x+8$ 的方程时引导学生比较、讨论，逐步习惯利用等式性质解答的好处。

3.3 空间观念的培育

空间观念是体现数学抽象的又一核心概念，是空间想象能力的重要基础，它的形成主要以“图形与几何”领域内容为主要载体。“空间观念指根据物体特征抽象出几何图形，并能根据几何图形想象出实际物体及方位，想象出物体相互之间的位置关系。”这里包括图形的认识和图形不同维度的转换。

小学生的空间观念，并非严格的几何学范畴，是学生由生活中对物体空间存在状态的直觉和表象。空间观念为他们了解周围的世界拓宽视野，多一种刻画生活空间的角度和方法。正如弗莱登塔尔所说的：“几何是空间的科学……他们学几何并不是为了建立一个演绎体系，而是要了解我们生活的空间……在认识现实世界与联系实际，使现实数学化方面，几何的作用时无法替代的。”^①我们须采取一定的教学策略促进学生空间观念的形成和发展。

3.3.1 借助分类和测量，确立图形概念

掌握图形概念是一切空间观念的基础。小学生理解图形概念有两种方式，一是初步形成图形概念。学生由生活积累中观察、归纳、抽取，进而形成图形概念；二是深刻理解图形概念。学生依照已有的图形知识来理解新的图形概念，小学中高年级获得概念主要是第二种方式。

^①弗莱登塔尔.作为教育任务的数学.上海,上海教育出版社,1995,276.

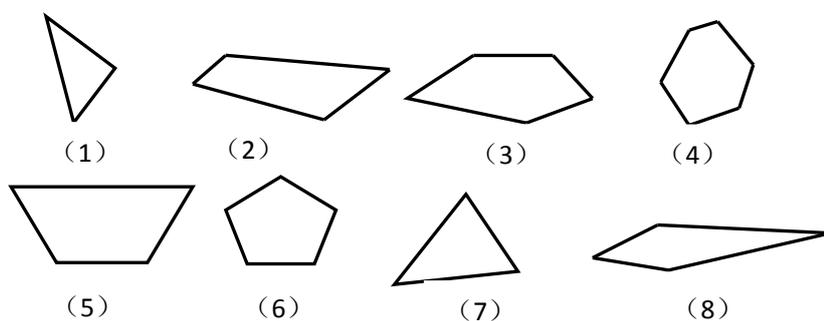
从认知顺序上来看，教材的编排结构契合了学生对空间物体的认知，即立体—平面—立体的线索。学生从多重角度刻画（概念、特征、测量、计算）图形，以实现多维、深刻地理解图形概念，发展空间观念。这里包括两个阶段，一是直观感知，顺序是从立体到平面，学生依靠生活经验抽象出一般的立体图形和平面图形，通过有意识地观察、分辨、拼搭等活动加深对这些图形的认识。然后再聚焦到立体图形的面，抽象出长方形、三角形、梯形和圆等平面图形，这一阶段主要是将图形从生活经验中分离出来，整体感知，初步数学化表达。二是结构化认识，包括图形的性质、内部要素、测量和计算，顺序是从平面到立体。在这一阶段学生将探索图形的结构特征，借助周长、面积、体积等计算和应用，比较精确地认识图形，理解图形本质。

1.通过分类辨析，理解图形内涵。

图形的抽象认识，就是将丰富的生活表象去粗取精，去异求同，必须以足够的感性材料做基础。无论是哪个阶段的认识，教师都需要充分调动和唤起他们的生活经验，认真组织观察、演示和操作等直观感知活动，有计划地引导学生比较和分析。

学生认知发展水平的一个具体体现就是做出清楚的“数学化分类”，即强调事物或现象的量性特征和质的内容。分类是小学数学内容中重要的思想方法。分类的前提是确定标准，即提炼主观认识中某一方面的一致性，课堂教学中须设计分类环节，以使学生通过这样专门的活动达到抽象理解。

二年级《认识多边形》一课，准确辨认多边形是学生理解的难点，若教师没有提供充分的感性材料且组织手段单一，学生便不能获得高于生活经验的抽象理解。下面是一位教师为解决这个问题进行的教学片断：



(1) 图形分类

请同学们把学具袋里的图形分一分，想一想，你这样分的依据是什么。

(2) 各组交流分类情况

说一说，你是怎么分的？

学生 1：我是按形状分的。1 号和 7 号都是三角形，4 号和 6 号，2 号和 5 号，3 号和 8 号。

师：为什么把 3 号和 8 号放在一起？

学生 1：他们形状一样。……3 号和 8 号都有长长的角。

学生 2：我是按边分的。1 号和 7 号有 3 条边，2 号、5 号和 8 号有 4 条边，3 号和 6 号有 5 条边，4 号有 6 条边。（师板书：3 条边 4 条边 5 条边 6 条边）

师：他数了这些图形的边，2 号、5 号和 8 号都有 4 条边对吗？（对）（指一个五边形）数一下有几条边？

学生 2 拿起另一个五边形演示数边。

数一数 4 号图形有几条边？

学生 1 边听边调整自己的分类：把 4 号图形单独拿出，3 号和 6 号放在一起，8 号自己是一类。

师：8 号怎么没有动？

生：它和它们不一样，它的角长长的。

师：哦，这是他的意见，谁也是这样想的呢？说一说。

学生 3：8 号虽然和 2 号、5 号一样都有 4 条边，但它们的形状不一样，就不能放在一起。

师：你也觉得要看边。看这两个图形（只露出 1 号和 8 号的长长的角）都有长长的角，是一类吗？

学生：不是。

师：那应该按照什么分类呢？

学生：还是按边分。

师：按照边的多少来分，是吗？（是的）

（3）引导总结

师：刚才大家根据边数把 3 条边的分成了一类，也就是三角形，4 条边的分成了一类，像这样有 4 条边的图形是四边形。从刚才描出的图形中找到一个四边形。

师：大家看虽然它们的形状不同，只要有 4 条边，它就是四边形。

（4）大家拿出习题纸，完成第二题，描出四边形。

正是在分一分、说一说、比一比、描一描的过程中，学生聚集了大量的感性认识，以边分还是以角分，须通过比较、辨析等活动才能在已有图形认知的基础上逐

步明确特征，抽象出更为一般的分类标准。

3.3.2 通过测量和计算，理解图形外延

作为图形概念的重要内容，图形测量和图形认识是紧密联系的。认识将图形从生活经验中直观抽取出来，采取的方式是观察和辨析，测量则是对图形进行内部解构，采取的方式是观测和计算。从空间观念的形成来看，认识注重思维驱动下的操作性理解，测量则更关注操作基础上的反思性理解，二者共同构成了空间观念形成的两个途径，即定性把握与定量刻画。所以，学生对几何图形的认识应不仅建立在外部表征上，还有对其多样化的内在表征，即经历图形的量化刻画过程，主要内容是图形的测量，包括测量单位的认识、图形周长、面积、体积等计算。

什么是图形测量的教学意义？对这个问题的不同回答会引发不同的教学方式。如果我们认为是能够正确、熟练地计算，那随之而来的教学便是告知并重复训练；如果我们将图形测量作为培养空间观念形成的重要途径，那就要认真审视这部分内容所承载的思想价值。于后者，图形测量教学应注重对所测量的量的单位意义的理解，以及注重图形计算公式推导过程的探究。

教学中可以设计一些活动，使学生体会到度量的意义。测量的一个基本思路是：首先要确立测量标准，即要有一个“单位”，为了便捷交流，需要统一单位；其次要明确测量就是包含几个这样的“单位”，即要用这个“单位”一个一个地度量然后累加。数学内容中有很多这样的素材，比如长度单位，面积单位，体积单位等。同样的教学素材还可以用在计数单位的认识和计算学习中。例如异分母分数加减法中先通分再加减，就是寻求同样计数单位的累加。

以《面积》教学为例

(1) 比较两个图形的面积

师：王爷爷家有两块菜地，猜猜看，哪一块面积大一些呢？（两个能够直观比较出大小的长方形）

生 1：我猜第一块面积大。

生 2：我猜第二块面积大。

师：张爷爷家也有两块菜地，再猜猜，哪一块大一些？

生 3：还是第一块大些。

生 4：我觉得凭眼睛看的不准确，因为一个长一些一个宽一些。

生 5：我觉得可以计算一下他们的面积。

师：他在说什么？

生 4：也就是要算出这两个菜地的面积，才能知道哪一块大。

师：有道理，那我们怎么算呢？老师这里有一些一样大小的小方块，你用它来摆一摆，看能不能知道它们的大小。

生摆方块。汇报：第一块菜地摆了 15 块小方块，第二块菜地摆了 16 个小方块，说明第二块菜地大一些。

师：有道理吗？真不错，用这个小方块就能比较出他们的大小了。

拿出学具袋中的小方块，自己摆一摆，看看你和同桌的长方形哪个大些。

【评析】由直观比较到借助小方块比较图形的大小，为学生创造了面积概念引入的必要，且提供了积极探索面积大小的有效途径。一样大小的小方块实际上就是面积单位的雏形，动手操作摆一摆，既是示范，也利于激发后续的学习。

（2）统一测量单位

同桌展示并汇报

一组：我的长方形摆了 12 个小方块，孟甜的摆了 14 个小方块。孟甜的长方形大。

二组：我和田浩然的不能比较，因为我们的小方块不一样大。

师：大家认真看，这是怎么回事？

二组：我的长方形和田浩然的长方形都摆了 6 个小方块，可是她的小方块比我大。

生 5：也能比较啊，那说明田浩然的长方形大。

师：你们认为呢？（学生同意生 5 的看法）

三组：我和晓晓的小方块也不一样，我摆了 4 个小方块，晓晓摆了 6 个小方块，不知道谁的长方形大。（展示）

他们组的这个情况，大家想一想，这是为什么？

生 6：它们不能比较，因为都不一样。

生 7：小方块不一样大，虽然晓晓摆了 6 块，但也不能说明他的长方形大。

师：好了，到这里，我们发现有个问题。是什么？

生 8：要比较两个图形的大小，需要用一样大小的小方块。

【评析】教师创造性地设计了不同小方块摆图形比较大小的情境，学生在动手操作中再次感受面积单位，在比较图形大小中暴露认知冲突，并指出问题所在。从而为统一面积单位铺垫了充分的经验。相对于直接给出面积单位后摆一摆、比一比，这一设计突出了单位同一的重要性，让学生在自然思维冲突下自己发现问题所在，

为引出一平方厘米打下基础。

掌握图形周长、面积、体积计算公式是图形测量内容的重要方面。因此，公式计算教学一直得到广大教师的重视。公式本身就是某一类图形本质的抽象，不能将这部分内容简单处理成公式套用。教师应设计丰富的活动，引导学生经历公式推导过程，获得丰富的体验。

3.4 在具体情境和实践操作中，理解图形运动

我们须明确这样一个事实：只有通过图形的运动或变换，才可能真正地把握图形的性质。平面内任何图形本质上都是点与线的关系，在一定限制条件下，图形在运动变换中保持不变的内容才是图形的性质。因此，引导学生从运动变化的角度看待现实世界，体会运动在刻画图形中的价值，将为发展他们的空间观念和几何直觉提供新的视野。

变换是基本的图形运动，小学阶段的图形变换主要包括全等变换（轴对称、平移和旋转）和相似变换（按比例放大和缩小）。这部分内容的教学目标是：抽取生活经验中的感性认识，形成概念的初步表象，其显性的表现是会辨认，会画图。那么学习的方式就是通过情境认识变换现象，通过操作体会变换特征。教师须捕捉并判断学生话语的思维价值，以及实践操作中的经验积累。

3.4.1 准确捕捉学生话语中的思维价值

教学图形变换时一般由观察实例切入学习，即在具体的情境中直观认识图形运动方式并能准确辨认。但情境的整体性往往不会将概念单向输出，学生的个体经验也会影响其正确判断。学生不同声音背后不完全是对与错的二元对立判断，还存在不够整全的过程性思维。因此，富有经验的教师对学生回答的判断不会停留在其语言表面，还会准确捕捉学生的真实思维，给予引导并帮助学生形成正确认识。

例如三年级“平移与旋转”一课，教师动画演示游乐场中各种设施的运动，当判断摩天轮的运动方式时，几乎所有的学生都认为是旋转，但有一位学生判断不是，理由是乘坐摩天轮时，他的身体方向并没有改变（头朝上、脚朝下），所以是平移。教师让学生讨论，学生意见纷杂起来，有的同意（人的方向不变），有的反对（人在旋转），直到下课也没有搞清楚。这里涉及到运动现象的整体性，教师要引导学生舍去细节观察，如果把人和座舱看作一个点，摩天轮毫无疑问在旋转。但是，教师须真正搞清楚学生做出平移判断的原因，即座舱在重力作用下细微地转动，导致人的方向不变且移动距离相同。

再如平行四边形是不是轴对称图形的判断，学生总是在这里纠结，沿对角线剪开后看着一模一样，为什么不是呢？虽然老师反复强调了“对折”以后能够完全重合才是轴对称图形，并让学生根据概念判断，觉得学生就会自己纠正认识，但是，学生的疑惑就此消除了吗？课后访谈中一个学生这样说：“我承认它（一般的平行四边形）不是轴对称图形，但沿着对角线剪开，之后再把另一半转一下就重合了啊。”这位学生的想法蕴含着丰富的数学价值，他关注到了中心对称。这里并不是要让教师去教中心对称这个概念，而是不要轻易做出对错判断，捕捉到学生的这个想法后，可以以此为素材设计一些活动组织学生讨论，为以后图形变换内容的扩充积累一些活动经验。

在学生那里，诸如以上例子的思维困惑常常发生。语言表达有时候遮蔽了真实的思维，这正是小学生学习过程中惯常的表达状态。他们所说并不能准确反映其所想或者思考片面。若是前者，则要引导学生充分表达，进一步补充完整，若是不够周全，则要组织必要的质疑和讨论，帮助其修正思考。

3.4.2 实践操作中的经验积累

作为进一步的学习，直观辨认变换后，教师还应引导学生尝试画出变换后的图形，或者通过画、剪、拼、折等操作进一步探索图形变换特征。这是由初步感受变换到细致刻画变换的重要过渡。

细致刻画图形变换是在方格纸上画出已知图形的对称图、平移图和旋转图，这是一种特殊的操作活动，能检测学生是否理解了图形变换的概念，也是“会画图”的具体要求。比如平移了几格的辨认与画出，判断的思维顺序是从图形整体观察到具体格点聚焦，即找准图形平移前后对应点之间的格数，画图显现的思维顺序则是由具体格点到图形整体把握。图形的认识因整体感知与细致刻画的交互，进而作为一种操作性思维经验积累下来，即空间观念。积累一定操作经验作为思维素材是非常重要的。它能帮助学生有效调用已有信息应对新问题。

具体地，教学中还需要注意操作与思考的先后顺序，低年级按照“操作——回想”进行，高年级按照“想象——操作——回想”顺序进行。

3.5 利用已有经验确定图形位置

小学确定位置的教学内涵和教学价值在于数形结合的初步应用，即用坐标的方式来刻画空间图形的位置，初步感知空间维数与确定要素之间的关系。这部分内容是让学生了解刻画物体或图形相对位置的方式，初步学会用不同的方式描述物体的

位置，也为学生发展空间观念提供新的视角。第一学段结合生活实际学会观察、描述物体的相对位置，具体有认识 6 个方位、方向词，会用一个和两个“第几”表达一维、二维空间中物体的位置；第二学段会在方格图和坐标图中确定物体的位置，具体有“用数对（限于正整数）表示位置”和“用方向和距离表示位置”，它们实际上对应了今后要进一步学习的平面直角坐标系和极坐标系。在图形位置的教学中，教师应引导学生与生活经验建立联系，根据一定的现场经验确定、刻画图形位置。

1. 引导学生与经验建立联系

生活中的经验。学生具有丰富的生活经验，教师应关注学生生活化的表达，转化为可利用的教学资源，提炼其中有价值的想法并引导学生建立联系。

比如正式学习“用数对确定位置”之前做一个测试，问题是“向新来的数学老师介绍咱们班课代表在教室内的位置”。学生一般有如下描述：

- (1) 文字描述，如第二排第三个。
- (2) 文字描述，如从门开始数的第二排第三个，从窗户数的第三排第四个。
- (3) 画图表示出课代表的位置。
- (4) 画图表示出课代表的位置，并标出行与列。
- (5) 语言描述，如课代表在我右前方第三个。

怎样在课堂教学中引导交流以上五种回答呢？学生并不能主动发现这些回答之间有什么“瓜葛”，也不知道自己的想法和别人想法的联系，以及和书上结论之间的关系，如果教师忽视，或者只是简单表扬一句“有想法”后，接下来近乎直接地告知正确答案，对于促进学生思维并无作用。而如果教师明确了本节教学内涵和价值后，就会发现学生这些想法都是有道理的。第一、二种描述和第三、四种描述虽然是文字和画图，但它们都暗含了直角坐标系的雏形，意识到平面确定位置的两个要素，其中第二和第四还分别给出了参照系。同时，文字与画图结合起来表达图形位置正是数形结合的契机。第五种描述虽然不能有效刻画课代表的位置，但也暗含了方向与距离两个要素。认识到这些，便能在组织交流时适时引导，沟通学生原始想法和数学方法之间的联系，即对不同想法加以比较，从中抽取确定位置的两个要素和参照系。

2. 引导学生经历刻画过程

教学现场的经验。这部分内容学习初期，学生将从熟悉的生活场景中辨认物体方向和方位。在此基础上，再探索如何用数学语言描述物体的位置，探索刻画位置需要的要素，教师须注重学生经历这一探索过程。以“用数对确定位置”教学片断

为例：

(1) 关于用数对确定位置，你知道了什么？（出示课前学习研究）

生介绍列、行概念及数的方法，数对举例，意义及读写。

(2) 出示教室内座位方格图。你能在这张图上找到自己的位置吗？

一位学生试找，开始指的是(6,5)，后来调整为(6,2)

师：他现在指的对吗？那他开始时错在哪儿呢？

生：他指反了，图上的讲台在下面。

师：请坐在第1列第1行的学生起立，你能在图上找到你的位置吗？

生：指认，我的座位在图上是从左起第1列，从前数第1行。

师：对！在这样的座位图上找我们的座位，要把座位图与我们教室的座位一一对应，我们想象自己在哪个位置观察全班？（讲台）

师：（出示座位圆圈图）如果一个圆圈代表一个座位，你能找到第1列吗？第2列呢？第1行，第2行，其他各行？

（学生指图回答，教师演示，在图中依次出示各列各行，并指名标出某个具体位置）

师：（出示坐标方格图，指途中横轴上的“1,2,3……”）它们表示什么？

生：这表示第几列。

（教师再指纵轴上的“1,2,3……”学生回答。）

师：杨洁同学的座位在哪儿？

（教师邀请座位为第8列第5行的学生在图上指出来，然后请每位学生在图上指一指自己的座位，再把座位如何表示说给同桌听。）

在这个教学过程中，教师设计了找位置的活动情境，将知识学习转化在可探索的连续性活动中，三个图示依次逐渐抽象，引导学生找出自己的位置，进而初步感知确定位置要素条件。

第四章 小学生数学表达的培育

表达是人们认识世界的一种反映过程。表达反映思维的水平。透过表达，我们可以基本把握一个人的思维状况。作为科学精神要素的“数学表达”，简而言之，就是出声的思考，是思维由缄默运思转换为语言输出的过程，具体地表现为运用数学语言逻辑地陈述和在互动交流中有理有据地对质。个人既有的数学知识和表达方式构成了数学表达的主要内容。

表达反映学习过程并检验学习的成效。几乎所有的新知学习都存在先有认识，学生并非一片空白地开始学习，这正是教材编排生活化和螺旋式的意图，当然也契合学生的心智特点。以认识分数 $\frac{1}{2}$ 为例：教材编排了三段，从生活中常见的“半个”引入 $\frac{1}{2}$ ，再到多个物体抽象为一个整体中的 $\frac{1}{2}$ ，最后到单位“1”系统下的 $\frac{1}{2}$ 。我们可以大致梳理出此类型课的大问题串：“说一说，你所知道的 $\frac{1}{2}$ 是什么？”“ $\frac{1}{2}$ 还能表示什么呢？”“这节课中的 $\frac{1}{2}$ 较之前有哪些新的变化？”可以看到，思考与表达并举支撑着学习过程，以先有认识切入学习，然后在一定数学活动中遭遇问题，意识到自我认识的局限，从而解构先有认识并修正头脑中的概念，完成对新知的理解。学习过程中表达始终在场，是考察自我意识的工具，思维通过表达得以修正或完善。

表达是互动交流中与同伴对质的过程。学习是互动的结果，交流为学习提供了最佳的生态环境——兴趣、热情、动机、欲望……孤立的经验从来都不具有说服力，不同的观点迫使每一个参与者重新审视自己的观点，维护它以说服他人，还是移除它以重新构建？这一过程中，理想的表达必然追求逻辑与证据，毕竟有理有据才可能说服他人；必然保持批判的姿态，只有质疑才有继续表达的机会。

在学习中，一个人的思维和表达是无法分开的，但从整体上考察“科学精神”培育的时候，是可以把它们分开的，只有这样，我们才能明晰思维和表达各自的存在，以便加强相应的教学操作。课堂中的表达因内含科学思维而异于日常表达，日常语言是习俗的产物，数学语言则是慎重而精心设计过的言语系统。因此，表达什么与怎样表达须经过长期培育和训练，以形成独特的思维体系和表达方式。

4.1 捕捉学生语言中的数学元素，强化数学表达习惯

与日常语言不同，数学语言是一种高度抽象的符号系统，包括数学概念，数学符号和数学图形等。数学思维体现在数学语言的理解和运用中。是否准确、流畅地运用数学语言陈述和交流反映了学生的数学思维品质。学生数学表达面临的困难首

先是看待事物时数学的观察视角，其次是数学语言的规范表达。

4.1.1 引导学生形成数学观察视角

形成数学观察视角是数学表达的基础，从思维初见到顺畅表达的难度并不比看着菜谱到自如操勺容易。教师往往认为学生能够主动规范地表述，从而忽略了这方面的引导和训练。数学观察的自觉习惯能够帮助学生准确把握数学信息。教师要捕捉学生表达中的数学元素，引导学生学会从数学的视角观察和表述。比如《得数是5的加法》一课，学生需要从情境图中看到数学信息，并将其描述为：左边有2只小鸡，右边有3只小鸡，合起来是5只小鸡。这一句话并不简单，体现了“加”的涵义。虽然学生可以清楚地看到小鸡场景，但“看到”仅是最低层次的表征，数学表征指能从图中数出小鸡数量以及观察到对应的方位，并能够用方位和数量说出如上句子，这才是数学表达。再如轴对称图形的认识，应从图形轮廓外形上判断图形性质，而非纠结于图形内部的结构或颜色等细节。例如：谁能像我这样说？能说三句话吗？教师要有意识地加以引导和强化，或者先行示范，使学生自觉形成数学观察的视角。

4.1.2 引导学生使用数学语言规范表达

如果我们认同维果茨基“语言发展与思维发展并不同步”的观点，就能够明白为什么学生“意会而不能言传”的困境，以及“教学要走在学生思维发展的前面。”的意思旨在。不规范的语言表达一般表现为三种情况，一是对数学概念理解不准确。例如，判断哪些式子是方程，哪些式子是等式。二是表达环境的制约，如争论和对质情况中的使用不当，三是表达程序即推理能力欠缺。在课堂中，教师要针对学生表达过程中不规范的现象，捕捉其中的数学元素，顺势给予引导和纠正。如果是概念理解不准确，那就需要专门的辨析理解。如果是在争论中误用，则要做清晰的提示。如果反映出理据不清，教师须放慢节奏，帮助学生细致梳理想法，并做相应的逻辑训练。

4.2 提出恰当的数学问题，引发学生数学表达

问题表达是数学表达的一个重要内容，主要表现在问题的发现与提出。小学生数学学习的过程一定伴随着问题解决。教师应以问引问，促进学生发现问题与提出问题的思考和表达。

4.2.1 发现问题的表达

发现问题是问题意识的必要准备和应有状态，也是一种问题性心理品质。表现

为学生在认识活动中，能时时觉察到一些疑惑的问题，保持质疑状态。我们应尽可能地营造良好的问题环境引发学生产生这种心理状态。任何思维过程总是指向具体的问题，这个问题能够调动学生兴趣和动机，以积极的态度投入思考中。

问题引发学习，但发现问题并不是件容易的事，真正意义上的发现通常是两种因素联合作用的结果：一是学习者思维的自觉，即指自觉发问，当个体看到某些现象并能自觉思考其内在时，才可能发现问题。这里的自觉关涉学科思维的养成——数学的眼光。例如这个三角形，什么样的图形就是三角形？什么样的图形不是三角形？如果仅仅看到，那就没有任何学习被激发，但学生是不会无故产生这种思考的。教学并非知识的简单传授，还有学科思维的训练，所以我们须揣摩教师在课中这样的询问：“看到这个题目，你想研究（知道）些什么呢？”或者“他们两个说的一样吗，哪里不一样？”就是在有意识地引导和训练学生发问，以期产生思维自觉和学科思维。二是学习者发现的勇气。发现问题一定意义上是在挑战权威，需要环境支持，主要指向师生之间的情感关系。课堂上教师不仅传授知识，还要付出向善有爱的情感和态度，后者作为新时代课堂认识的内在需要，更具有教育的力量。因此，教师需更新教育教学观念，认识到作为教育者的情感和态度绝不是教育实施锦上添花的背景条件，它与教育者自身的知识才学一样，都是教育过程必须的有机构成。所以在课堂教学中，教师应帮助学生克服依赖心理以及自卑的心理障碍，敢于发现问题，是科学精神的培育基础。

4.2.2 提出问题的表达

提出数学问题是问题意识的核心内容。什么是数学问题呢？在学习者那里，凡能轻易用答案“扑灭”的问题都不是数学问题，即解决这类问题的办法能直接从已有认知结构中提取或调用。真正的数学问题需要以原有认知作思维素材，在他头脑中尚未形成成熟思路的问题，能够通过独立思考形成新的认知，并且可迁移。明确这一点，是为了我们在课堂教学中设计、筛选和甄别问题的品质。我们应该清醒地认识到“好”问题的教育意义，即通过问题的提出，使学生明确探究目标，产生探究欲望，给思维以方向和动力。

一定程度上，教学的品质体现在提问的技艺中。教师必须创造充分的问题情境，以使学生发现问题并提出问题。但也应特别重视一个观点，即波利亚在《怎样解题》一书中提到的：“我们须认识到：现在教师向学生提出的问题，将来学生也能自己提出。”情境之效最低层次是引起注意和兴趣，问题情境则承担更高层次的两个任务，即通过隐藏其中的问题激发学生探究愿望和引导学生发问。

案例：三角形三边关系

师：同学们，谁知道什么是三角形呢？如果用小棒代替线段，围成一个三角形需要几根小棒呢？

生：3根

师：给你3根小棒，一定能围成三角形吗？试试看
生动手围，讨论后发现有的能围成，有的围不成。

师：同学们，现在你的疑问是什么？

生：为什么三条线段围不成三角形呢？怎样的三条线段才能围成三角形？

师：那我们想一想为什么围不成。

生独立思考，交流……得出：有两条线段长度太短，所以不能围成三角形，当两条线段长度之和大于第三条时，才能围成三角形。

师：（板书）你是这个意思吗？大家同意吗？

师：看这三条线段（15cm、5cm、10cm）能否围成一个三角形？

生：不能，因为 $5+10=15$ ，正好围不成。

师：如果换掉15厘米，换成多少就能围成？

生：14厘米，13厘米……

师：这样的线段有多少条？能用一句话概括吗？

生：只要比15小就能围成三角形。

师：是吗，大家同意吗？

（生讨论，认为不对，太短也不能围成三角形，例如4厘米，3厘米）得出，用大于5厘米小于15厘米的线段代替15厘米就能围成三角形。）

师：那大家刚才同意的“当两条线段长度之和大于第三条时，才能围成三角形。”现在还这样认为吗？

以上片段中教师提问“给你三根小棒，一定能围成三角形吗？”激发学生动手实践的动机，抓住学生对于逻辑中顺命题和逆命题的思考还不周全，出现错误后适时引导学生，自行提出疑问，这样的问题情境能够增强它们进一步探索的愿望，更贴近其思维实际，或者暴露出学生真实的思维困惑，便于再组织和梳理。本教学片段中“现在你的疑问是什么？”就是启发学生回顾前面状况自行发问。不同于发现问题阶段明确指向的提问，教师会有意识地引导：“你能发现哪些数学信息，根据图中信息，你能提出一个问题吗？”以训练学生形成发现问题、提出问题的自觉思维。

提出一个新的问题需要创造性的想象，这关系到数学学习过程中的生命力。因

此爱因斯坦一再强调：“提出一个真实的问题远比解决一个问题更为重要。”提出问题需要思维处于质疑状态，发现常态之外的异象。所以，要给足学生提问题的机会，创设好情境，让学生发问。

4.2.3 引发学生问题表达的教学原则

创设问题情境是培养学生问题表达意识的必要构思和设计。当教师能主动设计并构思问题情境时，意味着他们已然清晰认识到问题并产生了行动的自觉意识。从数学教育的角度看，“好”的问题情境应当具有较强的探索性，以及把握好日常经验到数学的转化。

首先创设问题情境的目的是使学生产生认知冲突，引起不平衡，激发探究欲望，否则便不能增进数学思维，不能为数学表达提供思维和表达素材。一般地，小学数学问题情境的探索性表现为两个方面，一是能够引发大多数学生的思考，并产生积极探究的愿望，二是能够激发学生普遍的表达，并自如交流。应当注意的是，这里探索性的要求须适应学生实际水平。也就是说，好的问题情境尽管有一定难度，但大多数学生能够通过努力完成。在这里我们不应该忽视大多数这一限定条件，我们追求数学上“普遍的高标准”，但这又并非高不可及，难度把握在每个学生（个人或合作）都可以尝试解决，而且都有所收获的程度。进一步，大多数学生的实际水平，指学生的认知水平，更指对学生面对问题的应答水平。这提醒我们须对数学地表达进行系统又持续的训练——专注倾听、敏锐察觉、流利表达。就笔者观察，高年级课堂上学生不会提问或面对提问无所适从的现象并不鲜见，也看到低年级的学生在课堂上自如有样地陈述或辩论。可以说，在知识内容相对固定的前提下，大多数学生的表达水平掌握在教师手中。

其次要使学生感受到数学是由日常生活精炼而来的活动，即“日常数学”到“学校数学”的过渡和重塑。“数学教学，除非建立在学生的生活兴趣之上，否则就不可能有效。”我们应该知道，学生在学习任何数学课本上的知识前，他们已经自发地拥有一定的数学能力，他们所知道的往往比预料的多，而学校内的学习一定程度上并没有充分重视这部分数学能力的存在。特级教师俞正强老师近年来所做的“种子课”就是对这方面的研究。比如分数的学习，学生积累了大量“半个”的日常经验，而“半个”和“一半”正是分数 $\frac{1}{2}$ 对应的两层含义，帮助学生先辨析清楚这两个概念，就把日常经验与数学学习做了有效地沟通，也为后续分数的认识清除了认知障碍。所以，我们应当重视学生日常数学转化为学校数学的必要性，帮助学生跨越孤立的认知，过渡到系统结构化的理解。

但就教学而言，我们则又应当明确日常经验的局限性和不可迁移性，重视日常经验的有效做法，需要教师做好学生的“前测”，充分了解学前状况。

4.3 通过互动交流 发展学生的数学表达能力

教学过程是师生积极参与、交往互动、共同发展的过程。《数学课程标准》中的这句话揭示了数学课堂应有的状态。数学表达并非单向输出，而是多向度的互动。课堂互动，是指在课堂教学情境中师生之间、生生之间借助言语发生的相互影响和相互作用。互动不仅仅是形式上的言语应答，更指向师生、生生之间思维的多回合交锋，以及新的教学思维。由此，课堂上实效的交流互动，需要参与的每一个个体经过独立思考，能够认真倾听同伴的发言，自我表达须有理有据。

4.3.1 互动交流中的师生立场

为保证课堂互动质量，我们先应认真厘定课堂互动中的师生立场，即在互动交流过程中，让每一位学生都在场。认同这一点很容易，在实践中却非易事。

从角色分工来看，教师是课堂互动的发起者和组织者，学生是课堂互动的响应者和参与者。但因教师掌握着知识的权威，师生关系极易演变为领导者与被领导者，如此关系下，互动者之间一定笼罩着不对等的色彩，或者方式狭隘单一。建立互动并不在技术的层面，而是一种与教育精神意蕴联系在一起的师生关系。因此，在课堂互动交流时，消除权威的心理优势，让学生感到自适与尊严，既是教育者的内在品格，也是互动交流的一种姿态，还是课堂互动中处理师生关系的原则。

从参与范围来看，课堂中的所有学生都应参与到其中，不应有一个缺席。举个例子，教师在课上提出问题后，如果一位学生回答正确且全面，课堂上其他沉默的学生是否还想或者还有机会补充和质疑？或者教师仍然组织了交流，但其他学生的不同想法仅仅一说了事，学生思维并没有发生真正意义上的碰撞。在这个问题上，优秀学生往往成了答案的终结者，其他学生则成为旁观者，或者已经离场。如果一位学生回答不出，是否旁人说出正确答案即可，或者还有其他不甚完整的想法能够交流？教师在组织教学时，往往“蜻蜓点水”，并不会或不能让学生真正“畅所欲言”，只行环节之便而罔顾学之深意。久之，便有课堂如戏台的感觉，自然地，游离于互动之外也是常态了。

那么教师如何保证学生都在场？那就是做好“营造”、“组织”和“帮助”，让学生觉得学习是自己的事情，围绕学习内容自己有话要说，乐于分享、倾听同伴的声音。以“分数除以分数”的教学案例为例：这个内容是在“分数除以整数”和“整

数除以分数”之后学习的，如何计算部分学生根据前面所学已有知晓，教师应该怎么面对和组织呢？

出示例题：妈妈买回一瓶 $\frac{9}{10}$ 升的桃汁，一个杯子的容量是 $\frac{3}{10}$ 升。那么，一瓶桃汁能倒满几个杯子？

有学生立即举手，果然正确答案“3”先冒了出来。教师随即板书并揭示课题。问，怎样算的呢？

$$\text{学生 1: } \frac{9}{10} \div \frac{3}{10} = \frac{9}{10} \times \frac{10}{3} = 3$$

学生 1 的想法在全班有一定代表性，但其他同学也是这样想的吗？果然，学生 2 提出自己的想法： $\frac{9}{10} \div \frac{3}{10} = (\frac{9}{10} \times 10) \div (\frac{3}{10} \times 10) = 9 \div 3 = 3$ 学生 3 补充说还可以这样算： $\frac{10}{9} \times \frac{3}{10}$ ，等于 3，这里教师抓住了一个有价值的错例，让其他同学一起订正计算过程，结果是 $\frac{1}{3}$ 。

学生 4：我觉得还可以简便一些，分母 10 除以 10，分子 9 除以 3。教师随即板书： $\frac{9}{10} \div \frac{3}{10} = \frac{9 \div 3}{10 \div 10} = 3$ 。

这时，学生不再举手了，教师首先组织学生集体订正结果，接着围绕几个问题展开讨论：

1. 学生 1 是怎样算的？
2. 学生 3 的算法错在哪里？
3. 学生 2 的算法有道理吗？有局限性吗？从她的算法里你有什么启发？
4. 学生 4 的算法你认为如何？

学生在教师的组织下，对不同算法逐个进行了讨论，然后思考：通过以上不同算法的讨论和比较，如果再算一个分数除法，你选择谁的方法？

学生不约而同地，第一种算法！

第一种算法是除以一个数就是乘这个数的倒数。想一想，你能用第一种算法解释其他三种算法吗？

在以上辨析中，学生不仅掌握了常规算法，而且对这种算法的通用性的认识更为深刻。教师和学生并没有被“已知答案”绊住继续互动交流的脚步，反而在进一步的讨论和辨析中“知其所以然”。更为主要的，教师给予学生充分表达的机会，让学生把他们的想法全部说出。不同的想法，一定具有教学价值，尊重每一个不同意见，即使不够周全，但对于表达者本人，觉得为课堂贡献了智慧，便有了还会举手

的勇气。也正是在这样互动交流中，所有的学生都在参与，没有旁观者。

秉持“让每一位学生在场”的师生立场，教师或可依实际改造教学内容，而非照搬执行。上面案例中，学生课前已经知道了计算方法，但是否会应用？课前的运用和课后的运用是否在同一个层次？为什么要这样算，合理性在哪里？怎会想到“颠倒相乘”呢？那些学习节奏缓慢的学生，他们充分思考、表达的环节在哪里。关注到所有学生，关注到每一位学生，由此立场，教学内容、教学方式也就有了重新设计和加工的必要。

4.3.2 互动交流中的言语指导

互动交流是需要教的！相比知识的教学线索，我们忽略了看似无关实则要紧的交流互动。无关是因为它囿于重结果有效轻过程正当的教学评价逻辑中，虽然课堂评估会关注到学生的表达，但更关注教师教学行为和知识学习结果，一旦追问学生表达成效，必然推诿到须各学科合力培育或学生素质不行等借口上去。要紧，一方面是因为只有互动交流才能让每一位参与者摆脱旁观、离场的境遇，直面学习过程，在你来我往的思想交锋中促发、碰撞，获得思维发展，体验到学习带来的真正的自信和成功。另一方面是在师生互动交流中，我们可以反观教育意识和教育者角色意识在“做”的过程中的具体行为，我们所认同的“好”的教育理念均可在互动交流中显现其灵动特征，真实察觉“理念—实践”的教育运行全貌。

课堂上的互动虽有情境支撑，但依然不同于日常你一言我一语的状态。数学表达要求学生使用数学语言表述并维护观点，同时关注同伴意见，以求辨明理清。因此，学生应如何进行课堂互动，教师的言语指导是不可或缺的。

首先要从学会倾听开始。认真听别人发言，认真听老师的讲解，更重要的是当一个学生发言时，其他学生是否注意并听懂他说了什么。尤其刚刚入学的孩子们，他们不具备“会听”的意识，这也正是一年级课堂教学中最重要的常规训练。课堂上老师会明确地发出指令：“小耳朵，竖起来。”就是教给学生从姿态上听别人说。

其次要训练学生有意识地做出回应。（1）复述。重复别人说的话，重要的问题，重要的观点。（2）提炼。把他人发言的要点概括出来。有经验的老师会在发言之前组织课堂，或者之后询问，xx同学刚才说了什么，谁知道？（3）回应。对他人的想法提出质疑、修正、补充或赏析。贲友林老师将其很儿童化地总结为：我有补充，我有提问，我有提醒，我有表扬。^①这样的好处，学生可以言之有序。

再次，引导学生将不同观点联系起来思考。可指导学生这样说话，（1）由这个

^①贲友林. 以学为中心的课堂. 北京, 北京师范大学出版社, 2016, 6, 146.

问题，我想到了……（2）你的这个问题，我有一个不同的想法。（3）你们说的意思是不是……（4）你的这个想法是提醒我们注意……（5）这两位同学的想法有联系，请大家看看，是不是这样……

教师须进行必要示范与指导，且日日渗透于课堂教学中，只要在课中，就能进行话语训练。帮助学生从模仿到主动，逐渐摆脱限制自觉发挥，最终学会使用这样的交流方式，学会回应他人观点，逐渐地，形成课堂互动交流环境，更有价值的是，在这样的话语方式下，形成互动交流的意识。

4.3.3 互动交流中的过程指导

当互动交流成为课堂学习的主要形式，教师在场的功能就从单一的示范与传授转变为组织与对话，这并非被动地退缩，而是新的教育理念背景下智慧地变通。比起单一“讲一听”的教学结构，通过师生、生生对话来完成学习，其互动交流过程更需要教师的充分准备和指导。

首先教师的充分准备体现在教学设计中。互动交流意味着学生围绕一个问题进行多元反馈，教师须预设好反馈时可能出现的内容，甄别其中信息的价值并列出可取观点，构思组织策略。这样，尽管展现出来的交流互动如行云般自然、生动，但交流时洋溢着思维理性依然能够敞亮其内隐的设计内涵。这也正是教学设计的有效性和可控性，但学生并不只是教学活动的构成者，还是学习的主体，他们无疑拥有一个能够自主认知的大脑，更有一个丰富的精神世界。再周密的教学设计也只能构思出课堂活动的框架而非严格的执行程序，这正是教师准备的另一方面，即出现教学意外时的即兴反应。教学意外是教学设计时没有预设到，在教学现场学生回答并非教师所想。站在学生立场，他们并不会觉得那是意外，而是自己学习过程中的真实想法，是他们真实的学习状态和场景。这样的意外在教学过程中时常发生，只是有的细微不影响教学节奏，有的则成为“事件”必须干预才能使教学顺利进行。当意外发生时，并不会给教师缜密再设计的时间和空间，这就更需要教师不断积累经验，形成互动中的即兴反应。

其次，教师的充分指导体现在交流过程的主动介入。当学生相互交流、争议时，他们并不会自觉意识到交流过程的“旁逸斜出”，课堂秩序容易陷入混乱，出现集体性的错误走向，表达含糊不明，观点陈述不全……这些，都需要教师当即决策，主动介入其中，审时度势做出引导和点拨——或是对关键问题的回顾，或是对精彩发言的提炼，或是错误倾向的纠正，或是方法的凸显，思想的感悟。这也正是对教师专业能力最大的挑战。

具体地，课堂互动交流中教师的介入指导表现为以下四个方面：

激活。教师要在关涉教学目标、教学重点和难点之处引发学生思考。这是学生互动交流的主要内容。例如二年级《认识人民币》，学生丰富感知人民币图样之后，教师应围绕“认币”提出：“你手中的人民币是多少面值呢，从哪些方面知道的？”让学生随后的思考和交流围绕教学目标展开。

维持。针对核心问题组织学生多角度、多途径思考探索。这样的问题，如果一两个回合就结束，或者“挤牙膏式”的一问一答，多数学生还未深入思考，未充分理解，这样的情形，就需要教师组织大家回顾或者抛出新的问题，再引导学生讨论。

明确。互动交流时，课堂上主要的声音来自学生，但经常出现观点陈述不明或问题质疑含糊，这一方面与学生的语言表达能力有关，另一方面也说明学生思维不够清晰。这就需要教师及时判断，帮助学生明晰。通过追问发言者，或者直击要点提问其他人，意在聚焦问题引起学生关注，让言者自明或者同伴共同思考。当学生们均意会而言不到时，教师也可直接修正与解释，帮助学生明晰言之所在。

阻止。当学生交流出现整体性错误倾向，或偏离了主要交流方向时，教师要及时喊停。阻止可以有回避，搁置和直接告知等不同策略。

第三，学生的充分准备。好的问题或者话题无疑能够引发学生表达的欲望，但一时冲动的表达往往未经充分思考。这里学生准备的充分并不指向激发欲望，而是对自己将要所说的话经过了一番思考，并且有理有据。充分的准备包括心理准备，也包括认知准备。首先，要有足够的时间思考，课堂上经常出现即问即答现象，并不全是学生思维敏捷，而或是问题本身浅显，或是个别人的敏捷掩盖了大多数的沉默。其次，借助必要的学习材料如“学习单”等，让学生在课中或课前对学习内容进行一些研究，试着先解决一些问题，这样经过一番思考之后再面对问题时，就有充分的准备并有话要说。如此学生才能在课堂上积极地讲，认真地听，从容应对同伴的想法，或肯定，或质疑，或补充。

4.3.4 互动交流中的教学原则

互动交流作为数学表达的主要表现形式和教学行为，对学生科学精神的培育无疑是具有优势的。我们可以从中透视到科学精神内含的理性勇气和批判精神，看到交流带给学生的自信与尊严，看到教师的专业与情怀。落到教学层面，课堂教学中组织互动交流应遵循以下原则：

1.目的性。学为核心，所有教学行为都是为了学生，为了学习。在设计、组织互动交流过程中我们需要关注两个方面：

其一，教学过程中的学习形式。让学生在学习活动中进行互动交流，即是为了学的更加有效。这也是建构主义非常重视的活动中心论。每个学生的经验背景各异，看待事物的角度和理解也不尽相同。通过互动交流，让每一个学习者都能主动、平等地表达自己的看法，促使他们不断反思自己的思考过程，调整或重新组织认知，以此生动地完成学习。互动交流不仅仅是数学表达的简单形式呈现，其内在的“为了学”和“利用互动”的价值，自然地将此观念导向教学过程中具体的细节操作。教师在“教”的过程中的主体角色和权威体现在教学设计和机智介入，还有课堂上自然细微的“下意识”行为。学生则在学习中充分发挥主体作用：主动表达，平等对话，互助协作。

其二，互动交流中的数学思维。数学思维是数学思想的过程性表达。在数学学习中，学生的知识与技能是以感性认识为基础的，经过分析与综合、比较和判断，逐步获得对数学知识本质和规律的理性认识。面对问题时，能够清晰、深入和条理地思考和表达。因此，交流互动的学习形式最终是指向学习成效的。也就是说，教师如果在课前设计或课中指导时没有顾及这一点，互动交流就只能徘徊在形式而无法抵达数学思维。

2.层次性。互动交流是数学表达，使用数学语言准确表达自己想法，同时关注到其他想法，并能够进行恰当的互动。流畅的互动交流既需要知识基础，还须有交流能力。这里更强调后者，交流能力既指表达者个体的言语逻辑，还指理解他人想法并能与之沟通的能力。我们心中自有互动交流的完美想象，或行为描述，或意蕴勾勒，它就像几何图形的概念，其抽象的存在是一切现实图形构造的依据。因而，完美的课堂互动交流只能存在于教师教学构思与设计的思想世界中。回到现实课堂，我们可以做出一定的计划并循序渐进地训练，从有形的言语模仿转化为自觉的思维方式，这期间需要基于学生身心发展特点，基于知识与表达基础，在课堂教学中示范、指导，逐步培养学生互动交流的能力。

3.情感性。课堂互动交流是师生、生生之间展开的活动，互动的效果取决于学生的情感体验。和谐、流畅的课堂互动能够营造愉悦的学习氛围，学生乐于探索，乐于表达。相对的，沉滞、呆板的课堂互动则使得课堂气氛低沉，学生注意散漫，产生抵触情绪。教师作为课堂教学的主导者，要设计并与学生一同经历学习过程，学习过程中的互动一方面是知识的习得互动，另一方面是师生、生生的情感互动。前者由于显在于课堂环节，且作为教师专业能力的核心和标志，一直备受重视，可以说只要触及教学，必有知识线索思考，而对后者的关注似乎只是为了知识学习而需

要重视的衬托和工具。认真审视课堂教学，回想教学中提出的“创设恰当问题情境”“激发学生兴趣”“引导学生交流”等等，这些建议或策略在具体操作时无不隐含着师生的情感表现与体验。教学名师的课堂，有精彩构思之妙，更有师生交流之灵。他们的视频经常被移植，效果往往不尽人意，知识框架相同，但其中教师与学生的即兴互动却是不能够照搬的。“教育是一种情感实践”^①明示了情感是教育要素而非工具。教育者在教育生活中向学习者提供的不仅仅是教育知识和才学，还在不同水平上提供一种高于自然、服务于教育的“教育情感”和“教育态度”。教师积极的情感表现，能够让学生感受到关心、尊重和理解，增强学生自觉表达意愿。因此，从情感的角度切入互动交流，是策略，也是原则。

至此，我们完成了对小学生科学精神的两大要素——数学思维和数学表达的初步认识，并从小学数学课堂视角列出了基本操作策略，这无疑有益于科学精神培育的具体化。小学数学教育教学中科学精神是数学思维与数学表达的统合表现，包含着数学思维与数学表达这两大要素，而在教育现场——课堂教学中，我们却不能也不可能将这两者清晰地分离。因此，我们还需通过课堂整体表现进一步探讨科学精神。

^① 刘庆昌.教育是一种情感实践.河南师范大学学报(哲学社会科学版),2016,4,9-10.

第五章 数学思维与数学表达在课堂教学中的统合

既然科学精神是由数学思维与数学表达共同构成的整体，那么，数学思维和数学表达在教学现场必然以整体的面貌呈现，思维与表达相互交融。小学生数学思维的核心是抽象思维的发展，即对事物数量和形态的表示，具体指数感、符号意识和空间观念。小学生数学表达的主要形式是问题表达和互动交流。我们探讨科学精神的内容要素及培育方式，可以清晰理解其内涵，而只有在生动的课堂教学中，才能整体观照数学思维与数学表达的统一，感受科学精神于课堂教学细致入微的渗透。

5.1 科学精神在数学课堂中的表现分析

可以说每一节数学课中都存在数学思维与数学表达，且二者相伴相随。当我们对一节课赋予好的评价时，那一定是在评价学生思维与表达层面的好。围绕要学习的数学知识，教师若能营造氛围激发学生积极地思考，调动一切资源促使学生主动地表达，那就是科学精神的培育过程。意识到这些，我们就能在教学开始之前即教学设计时，在教学过程中，以及在教学之后的反思等系列行为中时时保持“教育思维”的自觉。

以下，我们借一节一年级数学课《得数是6的加法》来分析科学精神即数学思维与数学表达在课堂教学中的表现。

课堂片段一：借助“三句话”，训练学生发现数学信息有序表达。

首先，教师出示本课主题图（学生种树图片），观察。

教师提问：咱们能说三句话吗？

学生叙述图意……

学生的观察视角是多元的，有的注意到了树：“左边有一棵树，还有四个男孩，右边也有一棵树和两个小孩，还剩下两棵树。”有的注意到小朋友：“有四个小孩种树，又来了两个小孩种树，一共有六个人在种树。”

【评析】说出三句话是对学生表达图意的要求。条理的说话即是条理的思考，图中信息众多，引导学生观察并提炼出“有……还有……总共有……”的话语模式，这就是数学地思维和表达的具体体现。从教师简单的提示中可以看到学生正在发生的语言表达训练，学生能够意会教师所说的“三句话”并在图中寻找。“图示”是数学学习中常见的情境创设，准确捕捉其中的数学信息，这正是“数学的眼光”。教师用“三句话”组织学生观察图，要求清晰、生动，易于理解，数学思维自然渗透于其中。进行有意识地言语训练，会逐步转化为思维的基本结构。

课堂片段二：引导学生分辨表达内容，纠正认知偏差。

接下来教师做了四次引导。

第一次：“想一想，这两名同学说的，哪里是一样的？”

有的学生说都有两棵树，有的说都是四个小朋友……

第二次：“听出来了吗，他们的三句话里有一句是不一样的，哪一句？”

学生再分辨，指出最后一句话两个人说的不一样。一个是还有两棵树，一个是一共有六个人。

第三次：“根据前边两句，左边有四个小孩种树，右边有两个小孩种树，如果要提出一个问题的话，要问什么呢？”

学生 1：有四个男生在植树，还有两个女生在植树，请问现在还有多少个小小朋友在植树？

学生 2：有四个男孩在植树，还有两个女孩在植树，请问他们一共植了几棵树？

教师：大家笑了，他们是在提请你，该问一个什么问题呢？

第四次：我们再来一起梳理一下，四是什么？二是什么？同桌两个小朋友再互相说一下，到时候我再请一个人来说。

【评析】著名教育家乌申斯基认为：比较是一切思维和理解的基础。也就是说，通过比较才能深刻把握概念内涵。学生的课堂表达常常停留在对一种想法的判断上，教师要引导学生分辨不同表达，帮助学生“会听”和“会说”从而扩充单一判断对错的表达形式，学会联系地看问题。本环节是“三句话”的延伸，即正确识图，找到条件和问题。教师通过四次引导，帮助学生找到图中有效的数学信息，并正确表达。前两次分别引导学生分辨同与异，旨在比较。对一年级学生来说，这里的比较并非要准确比较和表达，树立比较的思维意识大于比较结果的准确。所以，教师并没有过分强调，而是顺着学生回答给出正确条件（虽然有的学生还没有真正知道异同）。后两次的引导则是确立问题和梳理“三句话”结构，这是要让学生明确的学习内容。

到此，我们可以看到好课的深意。看图说话是低段数学教学常用的策略，但说什么，怎么说却是设计出来的，体现教学专业性。教师用“三句话”训练学生的数学思维与表达，旨在培育思维的逻辑性，避免观察思路混乱。在说的过程中，有意识地引导学生分辨、比较各个回答的异同，这是非常重要的思维习惯训练。

课堂片段三：结合图意，理解加法算式含义。

学生列式计算，指名板演。

这时教师并没有亲自订正算式，而是提示学生：“看到这个算式，有问题吗？”于是就有学生上台充当“小先生”，向全班学生发问：“这个4表示什么？”“为什么要用加号？”“这里的2表示什么？”“6表示什么？”在此过程中，教师做了三件事：一是组织学生鼓掌评价，如“同意的掌声，如果有不同意的，你继续请。”；二是学生答案不统一时，引导分辨，如“刚才三个小朋友发言，你觉得哪个人发言，一听感觉很准确。”三是对关键问题和学生两次以上混淆的问题再次明确，如“这里的6表示什么，6棵树还是6个小朋友？”

【评析】这一环节是算式表征。列式之后再结合主题图，解释每个数字和符号的具体表达，进而理解加法算式的含义。不同课堂学习形式带来的学习效果不同，这里的学习效果主要指学生思维水平和表达的积极性。可以看出，相对于师生问答，学生更喜欢生问生答，乐于在这样的场景中回答问题。由于教师暂时的退场，为学生营造了宽松的思考环境，学生面对学生时身心是放松的，因而能够主动、积极地思考问题，更乐于将自己的观点表达出来。

此环节中“小先生”已初具模样，敢提问，会提问，即使是规定的提问套路，但角色转换带来的话语权也是特别的心理体验。让尽可能多的学生站在台上提问，不仅仅是营造宽松氛围，更重要的是培养学习的自主意识和能力。当然，“小先生”策略只是培养自主的一方面。培养学生主动求知、不断探索的科学精神需要适宜的环境，这个环境需要教师有意识地营造。教师要做的，就是驾驭好互动过程中的“不测”，适时介入引导纠偏，保证互动质量和教学程序。

课堂片段四：多元表征，深入理解算式含义。

由叙述图意到列式表达，学生完成了第一次抽象。接着，教师设计了两个层次的活动帮助学生深入理解加法算式的含义。

第一层次：类比推想，寻找其他算式表征。

教师：“好，那现在想想看，在我们生活中是不是还有等号算式可以用 $2+4$ 或者 $4+2$ 来算的例子呢？”

学生：“妈妈买了2个苹果，又买了4个苹果，现在一共有6个苹果。”

教师：我来建议一下啊，第三句话用“问”的句子来说，重新再说一遍。

学生：“妈妈买了2个苹果，又买了4个苹果，那么现在一共有几个苹果？”

教师：真好，同意吗？掌声！哪个小朋友说个不一样的。

学生仿照主题图意说三句话。简单的访说能够唤起生活经验，不只是种树场景可以用 $2+4=6$ 表示，还有买苹果、小组人数、爬楼梯等等。在学生回答过程中，教师相机纠正或提醒。

【评析】教师引导学生由具体情境中的算式联想，生活中还有哪些事情也可以用 $2+4=6$ 表示。这里看到学生的认知层次非常明显，有的学生会模仿地说一些例子，有的学生会脱离情境局限创编，也有学生仍旧表达不清。这正是学习过程中自然的状态，教师及时捕捉到了学生有价值的思维话语并指出，引导学生拓宽思路。在多个回答后有意识地进行整理询问，帮助学生回忆正确的回答是什么，训练学生从纷杂的交流中梳理出中心问题。

第二层次：归纳概括，抽象理解加法含义。

教师：我们刚才举了很多例子，现在回想一下，一开始说那个 2，可能是两本新书，也可能是那边说的什么？

学生：两支铅笔，两个苹果，两棵树，两层楼。

教师：他们都用 2 来表示，对吧，那个 4 可能是什么呢？没发言的赶紧把手举高一点啊。（学生回答）

教师：想一想啊，为什么那么多的例子中都要 4 加上 2 呢？

学生：要把 4 和 2 合起来

教师：对，要把 4 和 2 怎么样？

学生：合起来。

【评析】本环节引导学生从一般的意义理解算式。教师引导学生概括出两本书，两棵树，两个苹果，两层楼……都可以是数字 2 的具体表达，然后让学生照样子思考 4 可以是什么。这一环节促使学生从更广泛的角度理解算式，在已有经验中提取能用这个算式表征的例子，从而抽象理解加法算式含义。这一环节在和为 10 以内数的加法算式学习中可反复训练，以帮助学生建立抽象思维。

5.2 数学思维与数学表达在课堂教学中的统合

通过以上教学案例呈现即分析，我们可以认识到在课堂教学中数学思维与数学表达的统合是必然的，这符合学习的规律，实际上也在揭示两者统一的内涵。为了更为明确地理解两者统一的实质，我们还需寻找统一背后的实质性内容。我们认为，数学思维与数学表达在课堂教学中的统合，就其实质来说，是教育意识在数学课堂教学中的充分体现，是对教学认识发展的必然结果。

一切意识依赖于自己的设定和构思。教育意识产生的必然性是由教育活动结构本身决定的。教学是实现教育的有效途径，在这里，不仅要让学生获得显在知识，还有改造其思想的内隐价值。我们发现，教育意识总是镶嵌在教学的系列行为中，科学精神就是教育意识在课堂教学中的表现。一方面，数学思维与数学表达在一定意义上正是科学精神的应然表达，另一方面，数学思维与数学表达也规定着教学活动的內容和方法。

在我们关于教育的一般思考中，教育的成果应该是培养了一定素养的学生。在教育者头脑中，教育意识总是在描摹“好教学”的形象，对于小学数学课堂教学来说，科学精神正是他们头脑中要达到的目标。这样，数学思维和数学表达在教育者的教育意念的作用下，在课堂教学中有机的统一起来。

教育意识是教育者在特定对象和情境中产生的责任感。首先体现在“想”的层面，即具有“想到”和“想做”的状态，其次是构思和设计。在学校这个专门的教育场所，教育者必定有教育的意识，即在教学行为发生之前，具有“想到”和“想做”的心理准备状态。他们足够明白教学不仅仅是传授知识，还有知识背后深刻的价值认知。当然，如果我们对一节教学设计或课例进行深度挖掘，便会发现教育意识具有同质或异质的水平差别。对于同质教育意识差别，只需要在其构思和设计中干预。对于异质教育意识差别，则需要纠正其教育观念。

首先教育者的“想到”和“想做”具体表现在教育者对学科教育思想的认识中。就小学数学而言，培育学生的科学精神即数学思维与数学表达，是教师在实施教学行为前应该进行的充分思考和必要准备。否则再精心的构思与设计都会因缺失数学教育核心而流于浅薄和苍白。其次跨越了“想”的念头之后，构思和设计是教育意识走向实践的必然选择，是针对具体教育内容的集中体现。具体表现为两个方面：一是教师走进学科教育内部，触及学科教育核心，对学科教育思想有了较为系统的、创造性思考。二是教师能够将这种教育意识时时体现在课时教学的环节设计中，我们能感受到一个完整而不同于日常的工作性教学思维。

教育意识是一个整体。对小学生科学精神的培育，正是在这样的意识整体中自觉反映和实践。数学思维与数学表达是科学精神培育的内容和要素，必然要在教育者教育意识的理解下，统一在课堂教学中。

结 语

以培养“全面发展的人”为核心目标，超越学科地将中国学生发展的核心素养分为文化基础、自由发展、和社会参与三个方面，并进一步分解为六大素养十八个要点。科学精神作为文化基础内涵的主要构成，本文旨在研究如何在小学数学课堂教学中系统培育科学精神。

2001 新课改以来，学校教育进入空前繁荣时期，与此同时，暴露出两个问题：一是教学观念的更新滞后于方法、技术层面的改进；二是教师教学实践水平参差不齐，差异明显。而科学精神的引入，将为学科教学提供更符合时代要求的蓝本。为了对科学精神有更宏观的把握，通过文献分析法，以国内外科学精神的研究和教育视野内的科学精神两个视角，对科学精神作了解读。科学精神落地于小学课堂，需遵循三个“有利”原则：有利于激发学生数学学习的兴趣，有利于学生对生活的认识，有利于全体学生的参与。

具体到科学精神引入小学数学课堂，文中首先对小学数学科学精神的概念进行了界定，简而言之小学数学科学精神包括数学思维和数学表达；其次阐述了对小学数学科学精神的操作化理解，即通过数学活动使学生掌握数学知识，获得数学思想方法，形成初步的思维理性和意志品质。再次也是本文重心，通过课堂观察法和案例研究法，深入探究小学生数学思维和数学表达的培育。数学思维的培育核心是抽象思想（方法），再具体地，“数感”的培育、“符合意识”的培育和“空间观念”的培育共同构成小学生数学思维的主要内容。数学表达的培育可通过三条路径：一是捕捉学生语言中的数学元素，强化数学表达习惯；二是提出恰当的数学问题，引发学生数学表达；三是通过互动交流，发展学生的数学表达能力。最后，完成数学思维和数学表达在课堂教学中的统合。通过江苏省特级教师贲友林执教的一年级《得数是 6 的加法》课例展示，呈现面对低龄儿童，在数学思维还未系统建立，课堂交流还未形成习惯的前提下，教师如何引导、组织学生学习，显现出只有在生动的课堂教学中，才能整体关照数学思维与数学表达的统一，感受科学精神于课堂教学细致入微的渗透。

参 考 文 献

1. 学术期刊

- [1]陈羚.国内外有关教师课堂提问的研究综述.基础教育研究,2006,59-62.
- [2]雷浩.教师关怀行为三维模型的建构.国家教育行政学院学报,2014,2,67-72.
- [3]王德勋.试论课堂提问的时机把握及提问方法.教育探索,2007,2,64-67.
- [4]袁丽.论关怀主义教育哲学的教师观及其对教师教育的影响.教师教育研究,2013,6,9-24.
- [5]苏静.重读关怀教育学 提升教师关怀能力.中小学德育,2013,12,13-17.
- [6]贾群生.教学美:教师学习的义务性责任.教育研究与实验,2012,2,31-35.
- [7]班建武,曾妮,蒋佳.教师关怀品质的现状调查—基于北京市石景山区四所中学的调查数据.教育学报,2012,4,105-112.
- [8]王静.小学游戏化教学的教学设计.网络财富,2009,4,16-17.
- [9]申贝贝.游戏进课堂 乐学兼高效.科教导刊,2011,28,121-122.
- [10]洪文秋.我国教育游戏的发展现状及建议.中小学信息技术教育,2007,12,70-70.
- [11]赵瑜,宋维红.教育游戏国内研究现状概述.教育技术导刊,2007,8,12-14.
- [12]程君青,朱晓菊.教育游戏的国内外研究综述.现代教育技术,2007,7,72-72.
- [13]刁秀丽,陈兴孟,周广华.从多元智能视角看教育游戏.软件导刊,2008,1,28-30.
- [14]杨刚.多元智能理论在学习中的应用与实践.现代教育技术,2008,3,46-46.
- [15]吕森林.教育游戏产业研究报告.中国远程教育,2004,22,44-47.
- [16]胡相艳,严一川.让学习充满乐趣——对教育游戏发展的分析及建议.中小学电教,2006,6,23-24.
- [17]梁明伟.论教育关怀的制度安排.教育科学,2006,1,5-8.
- [18]林正范,徐丽华.对教师行为研究的认识.教师教育研究,2006,2,23-26.
- [19]内尔·诺丁斯,侯晶晶.关怀现象学.中国德育,2006,2,5-10.
- [20]李瑾瑜,杨晓奇.从批评走向关怀—基于教师专业发展过程中的一种思考.当代教育科学,2006,5,41-43.
- [21]林正范,贾群生.教师行为研究:课程与教学论的重要研究方向.教育研究,
- [22]余英,赵呈领,邓涛.教育网络游戏教育潜质的价值体验.现代远程教育研究,2005,6,40-42.

- [23]张渝江,周华杰.教育游戏峰会.信息教育技术,2006,2,35-35.
- [24]黄行福.教育即游戏.江西教育科研,2002,3,47-48.
- [25]刘燕.教育游戏应用于学科教学中的实践途径研究.教育技术导刊,2007,10,9-10.
- [26]朱慧娟.教育游戏的国内发展现状及其启示.软件导刊(教育技术),2008,3,29-30.
- [27]汤跃明,张玲.对教育游戏设计的初探[J].中国教育技术装备,2007,3,63-65.
- [28]王琴,崔春梅,张义兵.学习、游戏可兼得——初探在线教育游戏及其教学策略.中小学信息技术教育,2005,1,40-42.
- [29]程君青,朱晓菊.教育游戏的国内外研究综述.现在教育技术,2007,17,72-75.
- [30]陈表香.在游戏中感悟,在感悟中明理仁.广东教育(教研版),2006,6,23-25.
- [31] 鲁洁.关系中的人:当代道德教育的一种人学探寻.教育研究, 2002,1,3-9.
- [32]甘剑梅.论“关心”的教育品性.教育理论与实践, 2002,12,1-5.
- [33]陈腾水.浅谈数学课堂提问的功能与技巧.福建教育,2003,4,51-52
- [34]傅道春.新课程与教师行为的变化.人民教育, 2001,12,32-33.
- [35]张晔均.浅谈学会关心弱者.上海教育科研, 2000(02):48-57.
- [36]胡惠闵,王建军.从“案例研究”到“问题研究”——“学会关心学生”研究专题的建构与实践.上海师范大学学报(教育版), 2000(02):111-115.2.

2. 学位论文

- [1]程会杰.基于多元智能理论的教育游戏设计研究.河南师范大学,2011.
- [2]余英.教育游戏在课堂教学中的应用研究.华中师范大学,2007.
- [3]褚维维.体验性游戏学习的设计与应用.山东师范大学,2010.
- [4]王琴.E-游戏化教学模式研究.南京师范大学,2005.
- [5]程瑞娟.关怀教育理论视阈下的学生个体生命成长.河南大学, 2009,82.
- [6]王凯.教学作为德性实践.华东师范大学, 2008,153.
- [7]周相玲.关心型师生关系的研究.东北师范大学, 2007:41.
- [8]葛建平.关怀理论在儿童道德教育中的作用与意义.南京师范大学, 2007,38.
- [9]范士龙.和谐师生关系的促进策略研究.东北师范大学, 2007,40.
- [10]朱海霞.小学数学教师课堂提问有效性探索.重庆,西南大学硕士学位论文,2008.

3. 著作

- [1]郑毓信.数学哲学与数学教育哲学.江苏,江苏教育出版社,2007.
- [2]萨米尔·奥卡沙.科学哲学.北京,译林出版社,2013.
- [3]史宁中.数学思想概论.长春,东北师范大学出版社, 2015.

- [4]徐品方,张红.数学符号史.北京,科学出版社, 2006.
- [5]安德烈·焦尔当.学习的本质.上海,华东师范大学出版社, 2015.
- [6]唐松林.教师行为研究.长沙,南师范大学出版社, 2002.
- [7]中华人民共和国教育部.数学课程标准.北京,北京师范大学出版社, 2011.
- [8]刘庆昌.教育工学.福建,福建教育出版社, 2016.
- [9]傅道春.教师技术行为.哈尔滨,黑龙江教育出版社, 1996.
- [10]刘庆昌.教育思维论.广东,广东教育出版社, 2008.
- [11]高艳.现代教学基本技能.青岛,青岛海洋大学出版社,2000.
- [12]吴礼敬.学会提问.北京,机械工业出版社,2013.
- [13]李幼穗.儿童发展心理学.天津,天津科技翻译出版,2001.

致 谢

在本次论文撰写的过程中，刘教授对该论文从选题，构思到最后的定稿等各个环节给予了细心指引与指导，使我得以完成毕业论文的设计。在学习中，刘教授严谨的治学态度、丰富渊博的知识、敏锐的学术思维、精益求精的工作态度以及诲人不倦的师者风范是我终生学习的楷模，导师们的高深精湛的造诣与严谨求实的治学精神，将永远激励着我。

这三年中还得到众多老师的指导和帮助。在此，谨向老师们致以衷心的感谢和崇高的敬意。从开始进入课题到论文的顺利完成，可敬的老师以及亲爱的家人同学朋友给了我无言的帮助和支持。在这里请接受我诚挚的谢意！最后，我要向百忙之中抽时间对本文进行审阅，评议和参与本人论文答辩的各位老师表示感谢。谢谢你们！

个人简历及联系方式

个人简历：

姓名：温海燕

家庭住址：太原市小店区电子街世纪雅苑 4 号楼 4 单元 2201

工作单位：太原市小店区恒大小学校

联系方式：13834591139

电子信箱：13834591139@163.com

承诺书

本人郑重声明：所呈交的学位论文，是在导师指导下独立完成的，学位论文的知识产权属于山西大学。如果今后以其他单位名义发表与在读期间学位论文相关的内容，将承担法律责任。除文中已经注明引用的文献资料外，本学位论文不包括任何其他个人或集体已经发表或撰写过的成果。

作者签名：

20 年 月 日

学位论文授权使用声明

本人完全了解山西大学有关保留、使用学位论文的规定，即：学校有权保留并向国家有关机关或机构送交论文的复印件和电子文档，允许论文被查阅和借阅，可以采用影印、缩印或扫描等手段保存、汇编学位论文。同意山西大学可以用不同方式在不同媒体上发表、传播论文的全部或部分内容。

保密的学位论文在解密后遵守此协议。

作者签名：

导师签名：

20 年 月 日